АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАСЗКИЙ СОЦИАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ»

Утверждаю
Декан факультета
____________Ж.В. Игнатенко
«12»_января 2026 г.

**Методические указания**
к семинарам и по выполнению самостоятельной работы
по общеобразовательной дисциплине
МАТЕМАТИКА

Специальность: 38.02.03 Операционная деятельность в логистике
Квалификация: Операционный логист
Направленность: Операционная деятельность в логистике
Форма обучения: очная

Разработана
Канд. физмат наук, доцент
____________Толмачева Е.И.

Согласована
зав. выпускающей кафедры ПИМ
____________Д.Г. Ловянников

Рекомендована
на заседании кафедры ПИМ
от «12»_января 2026 г.
протокол № 6
Зав. кафедрой ________ Д.Г. Ловянников

Одобрена
на заседании учебно-методической комиссии факультета
от «12»_января 2026 г.
протокол № 5
Председатель УМК________Ж.В. Игнатенко

Ставрополь, 2026 г.

## Пояснительная записка.

Методические указания предназначены для проведения практических работ по дисциплине «Математика» для студентов 1 курса

Содержание практических работ позволяет освоить:

- практические приемы вычисления, находить абсолютную и относительную погрешности;
- практические приемы решения линейных уравнений, линейных неравенств;
- виды и методы решения простейших; показательных и логарифмических уравнений;
- методы и способы решения систем линейных уравнений;
- различные способы задания прямой;
- условия параллельности и перпендикулярности прямых, прямой и плоскости;
- вычисление производной функции;
- решение практических задач;
- вычисление площади плоской фигуры.

В методических указаниях к выполнению практических работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий. Методические указания могут быть использованы для самостоятельной работы студентов.

## Ход выполнения практической работы.

Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом.
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90%-100%

предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых

заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий,

допустим 1 недочет.

Оценка «2» - решено мене 70% предлагаемых заданий

## Практическая работа № 1 по теме: Решение заданий на нахождение абсолютной и относительной погрешности.

Обучающиеся на данном этапе должны четко представлять, что такое погрешность, как она измеряется, от чего зависит, как подразделяется. Научится различать погрешности и высчитывать. Выявлять взаимосвязь погрешности измерений с реальным миром. Записывают определение относительной погрешности, выписывают формулы.

1. Модуль разности между точным числом X и его приближенным значением Xпр называется абсолютной погрешностью приближенного значения числа X и обозначается ΔX, т.е.

$$\Delta X = \left| X - X_{пр} \right|$$

2. Граница абсолютной погрешности $\Delta X$ находятся границы, в которых заключено точное значение числа X.

$$X = X_{пр} \pm \Delta X; \leftrightarrow X_{пр} - \Delta X < X < X_{пр} + \Delta X.$$

3. Качество измерений характеризуется относительной погрешностью $\delta X$, равной отношению абсолютной погрешности ΔX к значению величины Xпр, получаемой в результате измерения:

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X_{пр}} \quad \textbf{или} \quad \delta X = \frac{\Delta X}{X_{пр}} \cdot 100$$

4. Замечание! Для того, чтобы найти абсолютную и относительную погрешность при сложении чисел, применяют специальную формулу:

$\Delta(x+y) = \Delta x + \Delta y$ *- абсолютная погрешность*

$\delta(x+y) = \dfrac{\Delta x + \Delta y}{x+y}$ *– относительная погрешность*

5. Замечание! Для того, чтобы найти абсолютную и относительную погрешность при умножении чисел, применяют специальную формулу:

$\Delta(xy) = xy(\delta x + \delta y)$ *- абсолютная погрешность*

$\delta(xy) = \delta x + \delta y$ *– относительная погрешность*

Задание 1. Сравнить качество двух измерений:

а) масса автомобиля КАМАЗ $т_1$ = 16 ± 0,5(т);

б) масса канистры с тосолом (нетто) $т_2$ = 5 ± 0,005(кг).

2. Определить границу относительной погрешности следующих чисел:

а) a = 142,5; Δ x = 0,05; в) a = 2,372; Δ x = 0,004;

б) a = 6,93; Δ x = 0,02; г) a = 12,79; Δ x = 2.

3. Найти границу абсолютной погрешности массы легкового автомобиля a = 1348, если E =0,04 %.

Задание 2. Известно, что диаметр d поршня цилиндра двигателя d = a с точностью до E %.

Найти границу абсолютной погрешности приближения, если:

а) a = 2,75; E = 20 %; в) a = 237; E = 1 %;

б) a = 1,3; E = 10 %; г) a = 1,49; E = 0,1 %.

Задание 3Относительная погрешность спидометра по ГОСТ равна 2,2% при скорости более 20 км/ч. Определите, в каком интервале может находиться значение скорости автомобиля, если спидометр показывает 80 км/ч?

**Практическая работа № 2 по теме: Решение линейных уравнений.**

Целью данной работы систематизировать и углубить сведения учащихся о системах уравнений и методах их решений; научится решать системы способом сложения, подстановок, вспомнить алгоритм решения круговых систем, симметричных и однородных систем уравнений:

***Круговыми***, или ***цикличными***, называют системы вида:

$\begin{cases} x+y=a, \\ x+z=b, \\ y+z=c \end{cases}$ и вида $\begin{cases} xy=a, \\ xz=b, \\ yz=c. \end{cases}$

Алгоритм решения $\begin{cases} x+y=a, \\ x+z=b, \\ y+z=c \end{cases}$:

1. Сложить уравнения системы.
2. Разделить обе части полученного уравнения на 2.

3. Последовательно подставить в полученное уравнение правые части трех уравнений системы.

4. $\begin{cases} xy=a, \\ xz=b, \\ yz=c. \end{cases}$ :
5. Перемножить уравнения системы.
6. Найти корень.
7. Последовательно подставить в полученное уравнение правые части трех уравнений системы.

Решите следующие системы уравнений:

1. Однородные системы(повторить определение однородного многочлена от двух переменных)

$\begin{cases} xy^2+x^2y+x^3=14y^3, \\ x+y=3 \end{cases}$ (2;1)

2. Симметричные системы

$\begin{cases} x+y+xy=5, \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$ (1;2), (2;1)

3. Системы уравнений, решаемые с помощью теоремы, обратной теореме Виета

$\begin{cases} \dfrac{1}{2x+y}+x=3, \\ \dfrac{x}{2x+y}=-4 \end{cases}$ $\left(-1;\, 2\frac{1}{4}\right)$, (4;9)

$\begin{cases} x+y=3, \\ y+z=7, \\ z+x=2 \end{cases}$ (-1;4;3)

$\begin{cases} xy=1, \\ yz=2, \\ zx=8 \end{cases}$ (2; ½;4), (-2;-½;-4)

$\begin{cases} (x+y)^2+(x-y)^2=10, \\ (x+y)^2-(x-y)^2=8 \end{cases}$ (2;1), (1;2), (-1;-2), (-2;-1)

$\begin{cases} xy+yz=3, \\ yz+zx=10, \\ zx+xy=9 \end{cases}$ (2;0,5;4), (-2;-0,5;-4)

**Практическая работа №3 по теме: Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и систем уравнений с двумя неизвестными.**

Определение. Уравнение вида $f(x,y)=0$, где $f(x,y)$ - некоторая функция переменных x и y, называется *неравенством с двумя неизвестными x и y.*

*Решить уравнение* – значит найти множество всех его корней.

*Решением уравнения* с двумя переменными называется любая упорядоченная пара (x; y), которая обращает заданное уравнение в верное числовое равенство.

Для того, чтобы решить уравнение с двумя переменными нужно построить его график.

*Графиком уравнения* с двумя переменными является множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.

Задача1. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений $(x-7)(y+3)=0$

Задача2. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений $x^2-2y-2=0$

Задача3. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений $(x+3)^2+(y-4)^2=16$

Задача4. Изобразить на координатной плоскости множество решений уравнений

2x+y =1

Задача5. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=0 \\ 2x-2y=4 \end{cases}$$

Задача6. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 6x+4y=12 \end{cases}$$

Задача7. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x+3y-7=0 \\ 3x+y-5=0 \end{cases}$$

Задача8. Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y-x=-3 \end{cases}$$

## Практическая работа №4 по теме: Изображение на координатной плоскости множества решений неравенства с двумя неизвестными.

<u>Определение.</u> Выражение вида $f(x,y)\vee 0$ , где $f(x,y)$ - некоторая функция переменных x и y, называется *неравенством с двумя неизвестными x и y.*

*Решить неравенство* – значит найти множество всех его решений.

*Решением неравенства* с двумя переменными называется любая упорядоченная пара (x; y), которая обращает заданное неравенство с переменными в верное числовое неравенство.

<u>Алгоритм решения неравенства</u> $f(x,y)\vee 0$

1. Построить график уравнения $f(x,y)=0$ .

*Если неравенство «строгое», тогда график изображаем пунктирной линией;*
*Если неравенство «нестрогое», тогда график изображаем сплошной линией.*

2. Выделить штриховой часть координатной плоскости, соответствующей знаку неравенства.

Задача 1. Изобразить на координатной плоскости множество решений неравенства

3x – 2y +6 > 0.

Задача 2. Изобразить на координатной плоскости множество решений неравенства

2x + 3y < 6

Задача 3. Изобразить на координатной плоскости множество решений неравенства

3x – 2y + 6 $\leq$ 0

Задача 4. Изобразить на координатной плоскости множество решений неравенства

$$\begin{cases} x+y\leq 3 \\ 4x-5y\leq 20 \end{cases}$$

Задача 5. Изобразить на координатной плоскости множество решений неравенства

$$\begin{cases} x+y\leq 3 \\ 4x-5y\leq 20 \\ 5x+y\geq -5 \end{cases}$$

## Практическая работа №5 по теме: Решение примеров по алгоритму по теме решение уравнений и неравенств.

Рассмотрим новый тип математических моделей, с которыми вы ранее практически не сталкивались – уравнения и неравенства с модулями. Напомним: модулем числа называется расстояние от этого числа до нуля на числовой оси. Соответственно, для положительных чисел и нуля их модуль равен самому числу:

$|f| = f$ **при** $f \geq 0$

Для отрицательных чисел модуль равен противоположному им положительному числу:

$|f| = -f$ **при** $f < 0$

В целом это записывают так:

$$|f| = \begin{cases} f, \text{при } f \geq 0 \\ -f, \text{при } f < 0 \end{cases}$$

Задание 1. Решить уравнение: $|x^2 + 2x| = 1$

Задание 2  Решитьуравнение: $|2x + 1| = \sqrt{3} - 2$

Задание 3. Решить неравенство: $|2x + 1| \leq 5$

Задание 4. Решить неравенство: $\left|\sqrt{x - 3} - 3\right| > 0$

Задание 5. Решить уравнение: $\left||5x + 2| + 1\right| = 4$

## Практическая работа №6 по теме: Решение задач на преобразование выражений, содержащих корни натуральной степени.

Определение:Арифметическим корнем натуральной степени, где *n*≥2, из неотрицательного числа *a* называется неотрицательное число, *n*-я степень которого равна *a*.

*Обозначение:* $\sqrt[n]{a}$ *– корень n-й степени, где*

*n*–степень арифметического корня;

*a*– подкоренное выражение.

**Свойства арифметического корня натуральной степени:**

Если, $a \geq 0$, $b \geq 0$ и *n*, *m* – натуральные числа, причем $n \geq 2$, $m \geq 2$, то справедливо следующее:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$.
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.
3. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$.
4. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.
5. $\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$, где $k$ – натуральное число.

Задание 1. Вынести множители из-под знака корня:

1. $\sqrt[4]{a^4b^{14}}$, $a > 0, b > 0$
2. $\sqrt[6]{64a^{12}b^7}$
3. $\sqrt[5]{-27a^5b^{14}}$

Задание 2. Внести множители под знак корня:

1. $-0{,}3\sqrt{10b}$
2. $a\sqrt[5]{7}$,     $a > 0$

3. $a^3 \cdot \sqrt[7]{ab}$

4. $-b\sqrt[8]{-3b^3}$

Задание 3. Вычислить значение выражений:

1. $(\sqrt{3}-2)^2 + 4\sqrt{3}$
2. $\left(4\sqrt{\frac{2}{5}}+\frac{1}{3}\sqrt{90}-6\sqrt{0{,}1}\right)\cdot\sqrt{10}$
3. $(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2})(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
4. $\left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^2$
5. $\sqrt[6]{(8-\sqrt{7})^6} + \sqrt[4]{(2-\sqrt{7})^4}$
6. $\sqrt[4]{a^4} - \sqrt[5]{a^3}, a > 0$

**Практическая работа №7 по теме: Решение задач и упражнений на применение свойств степени с действительным показателем.**

Определение. Степенью действительного числа a с натуральным показателем ***n*** называется произведение ***n*** множителей, каждый из которых равен ***a.***

Определение. Если $n$ - целое отрицательное число, то $a^n=\frac{1}{a^{-n}}$, где $a$ >0. $a^0=1$; $a^1=a$.

Определение. Степенью действительного числа *a* 0 с рациональным показателем r = $\frac{m}{n}$, где m- целое, n- натуральное, называется число $\sqrt[n]{a^m}$ :

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$. Если $r>0$, то $0^r=0$.

Для любых действительных чисел ***m*** и ***n*** и для любых положительных ***a*** и ***в*** выполняются равенства:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 4. $(ав)^n = a^n \cdot в^n$
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ 5. $\left(\frac{a}{в}\right)^n = \frac{a^n}{в^n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$

Задание 1. Вычислите:

1) $\sqrt[3]{27}$

2) $\sqrt[4]{64}$ 4) $\sqrt[4]{160000}$

3) $\sqrt[5]{0{,}00001}$ 5) $\sqrt[3]{-125}$

Задание 2. Упростите:

1) $a^5 \cdot a^7 \cdot a^{12}$ 2) $в\cdot\sqrt[4]{в}$ $\sqrt[4]{в^3}$

3) $\dfrac{a^{\frac{5}{4}}b - ab^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$

## Практическая работа №8 по теме: Решение задач на применение основного логарифмического тождества.

Определение. Логарифмом числа N по основанию, a ($a>0$; $a\neq 1$) называется показатель степени x, в которую надо возвести, a, чтобы получилось число N. Это число обозначается символом $\log_a N$

Из показательного уравнения **$a^x = N$** , **$\log_a N = x$**

$a^b = c$ , $\log_a c = b$ $\rightarrow$ $a^{\log_a c} = c$

основное логарифмическое тождество $\rightarrow$ $\log_a a^b = b$

Задание1. Найти x

а) $\log_5 125 = x$ б) $\log_{1/3} 9 = x$ в) $\log_{0,5} 4 = x$ г) $\log_{1,5} 1 = x$

д) $\lg 10000 = x$ е) $\log_5 0,2 = x$

Задание 2. Найти N

а) $\log_5 N = 2$ б) $\log_{1/2} N = -3$ в) $\log_5 N = 0$ г) $\log_7 N = 1$

д) $\log_8 N = \frac{2}{3}$ е) $\ln N = 1$

Задание 3. Найти *a*

а) $\log_a 81 = 4$ б) $\log_a 0,25 = -2$ в) $\log_a \frac{1}{9} = -1$ г) $\log_a 2 = \frac{1}{4}$ д) $\log_a 16 = \frac{4}{3}$

Задание 4. Решить используя основное логарифмическое тождество:

а) $\log_7 \frac{1}{49}$ , б) $81^{\log_9 7}$ ; в) $\lg 1$ г) $9^{\log_3 6}$ д) $\ln e^{33}$

## Практическая работа №9 по теме: Решение задач и упражнений на преобразование логарифмических выражений.

*Свойства логарифмов:*

1. $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$
2. $\log_a x - \log_a y = \log_a (x : y)$
3. $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
4. $\log_{(a^k)} x = \frac{1}{k} \cdot \log_a x$
5. $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$

**Решение задач:**

1. Найти значение выражения:

1) $\log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36$

2) $\log_7 32 - \log_7 64 + \log_7 14$

3) $\log_5 22 - \log_5 11 - \log_5 10$

4) $\log_2 36 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$

5) $\log_4 36 - \log_4 5 + \log_4 \frac{5}{9}$

6) $\log_5 25 - \log_5 2,25 - \log_5 \frac{4}{9}$

7) $\log 72 - \log \frac{32}{27} + 2\log_3 6$

8) $3\log_4 12 + \log_4 7 - \log_4 189$

9) $\log_9 15 + \log_9 18 - 2\log_9 \sqrt{10}$

10) $(\log_7 22 - \log_7 12 + \log_7 6) - \log_{11} 7$

11) $\log_4 24 - \log_4 9 \cdot \log_9 13 \cdot \log_{13} 6$

12) $\log_2 14 - \log_2 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 7$

2. Найдите значение выражения: $\log_a(a:b^3)$, если $\log_a b = 5$.
3. Найдите значение выражения: $\log_a(a^2b^3)$, если $\log_a b = -2$.
4. Найдите значение выражения: $\log_a(a^4b^9)$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$.
5. Найдите значение выражения: $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.
6. Найдите значение выражения: $\log_4 \log_5 25$.
7. Найдите значение выражения: $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.
8. Найдите X, если:

   1) $\log_{30} X = 2\log_{30} 5 + \frac{1}{2}\log_{30} 36$

   2) $\log_5 X = \log_5 2{,}5 + \frac{1}{3}\log_5 8 + 3^{\log_3 2}$

   3) $\lg X = \lg 4 + 2\lg 5 + \frac{2}{3}\lg 1000$

   4) $\log_{21} X = 2\log_{21} 3 + \frac{1}{2}\log_{21} 49 - \frac{1}{3}\log_{21} 27$

   5) $\log_{\frac{1}{3}} X = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 16 - \log_{\frac{1}{3}} 8 + \log_{\frac{1}{3}} 54$

## Практическая работа №10 по теме: Логарифмические уравнения.

<u>Простейшее логарифмическое уравнение.</u> Уравнение вида $x = b$, где, a > 0, a ≠ 1.

*Основные способы решения логарифмических уравнений*

1. $x = b$, где, a > 0, a ≠ 1, то $f(x) = a^b$, при условии, что $f(x) > 0$.
2. $f(x) = g(x)$, где $a > 0, a \neq 1$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, то $f(x) = g(x)$.

*Общие методы для решения логарифмических уравнений:*

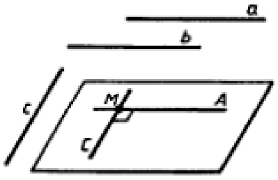
1. Разложение на множители.
2. Введение новой переменной.
3. Графический метод.

Задание. Решить уравнение.

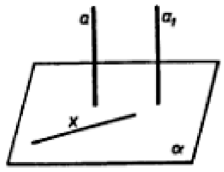
1. $\log_1 7\,(7x - 3) = \log_1 7\,(5x + 11)$
2. $\log_{11}(4 - x) = \log_{11}(6 + x)$
3. $\log_8(5 - x) = 2$
4. $\log_{14}(5x + 1) = -2$
5. $\log_{13}(4 + 5x) = -2$
6. $\log_7 x = \log_7 10 - 2\log_7 \sqrt{5}$
7. $\log_3 x = 2\log_3 6 + \log_3 5$
8. $\log_4(15 - 3x) = 3$
9. $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1$
10. $\log_2(x2 + 6x - 3) - \log_2(x + 3) = 2$
11. $log_5 2x - \log_5 x = 2$
12. $log_7 2x + \log_7 x - 2 = 0$
13. $\log_{25}(2 - 9x) = \log_{25}(27 - 4x)$
14. log (4 − 7x) = log (8x − 1)

**Практическая работа №11 по теме: Перпендикулярность прямой и плоскости.**

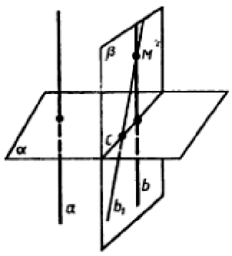
Лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.



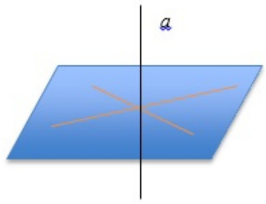

Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



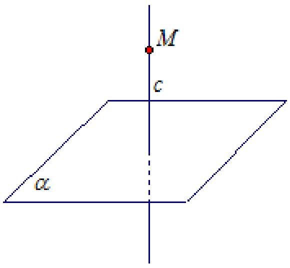

Теорема. Ели две прямые перпендикулярны плоскости, то они параллельны.




Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в одной плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

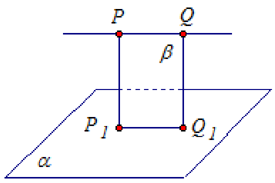



Теорема. Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.

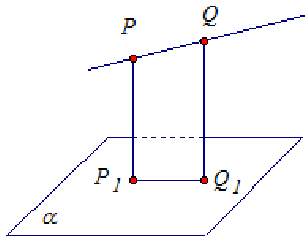



Задания:

1. Прямая $PQ$ параллельна плоскости α (рис. 4). Через точки $P$ и $Q$ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках $P_1$ и $Q_1$. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.




2. Через точки $P$ и $Q$ прямой $PQ$ проведены прямые, перпендикулярные плоскости α и пересекающие ее соответственно в точках $P_1$ и $Q_1$.Найдите $P_1Q_1$, если $PQ$ = 15см., $PP_1$= 21,5 см., $QQ_1$= 33,5 см.




3. Четырехугольник *ABCD* – квадрат. Точка *O* его центр. Прямая *OM* перпендикулярна к плоскости квадрата.

а) Докажите, что $MA = MB = MC = MD$

б) Найдите *MA*, если *AB* = 4 см. *OM* = 1 см.

## Практическая работа №12 по теме: Решение задач по теме перпендикулярность прямых и плоскостей.

*Задание. Решите задачи:*

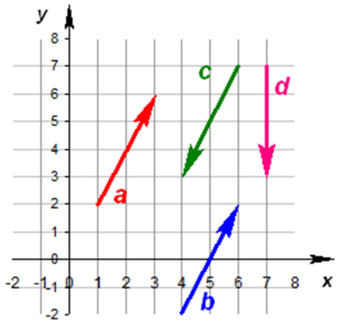
1. Расстояния от точки *M* до всех вершин квадрата *ABCD* равны. Докажите, что прямая *MO* перпендикулярна плоскости *ABC*, если *AC* пересекает *BD* в точке *O*.
2.Докажите, что если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна некоторой плоскости, то и вторая прямая перпендикулярна этой плоскости.
3.Докажите, что две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.
4. В тетраэдре *ABCD* известно, что прямые *AD* и *BC* перпендикулярны. Докажите, что высоты тетраэдра, проведённые из вершин *B* и *C*, пересекаются.
5. Высоты, проведённые из вершин *B* и *C* тетраэдра *ABCD*, пересекаются. Докажите, что прямые *AD* и *BC* перпендикулярны.
6. В треугольной пирамиде ABCD AB=16, BC=9, BD=12, AD=20, CD=15. Докажите, что прямая BD перпендикулярна плоскости ABC.
7. В прямоугольнике ABCD точка O — центр. Докажите, что если прямая MO перпендикулярна плоскости прямоугольника, то MA=MB=MC=MD.

## Практическая работа №13 по теме: Решение задач на определение координат векторов.

Вектор - это отрезок, который имеет направление. Конец вектора совпадает со стрелкой, начало - точка. *Модуль вектора (абсолютная величина)* - длина этого направленного отрезка.

Если начало вектора совпадает с его концом, получим *нулевой вектор.*

Два вектора являются *равными*, если их длина одинаковая и они имеют одинаковое направление. Они совмещаются при переносе.




Задания:
1. От точки P, координаты которой известны, отложили вектор с концом в точке Q, длиной 3 и сонаправленный вектору с координатами (4; -4; 2). Найдите координаты точки Q.
2. Найти длину вектора $\overline{AB}$ , если $A(2;-1;3)$ и $B(4;-2;3)$
3. Найти длину вектора $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$, если $\vec{a}=(3;-5;8)$ и $\vec{b}=(-1;1;-4)$
4. Найти длину вектора $\left|2\vec{a}+3\vec{b}\right|$, если $\vec{a}=(1;2;-1)$ и $\vec{b}=(-2;1;0)$

**Практическая работа №14 по теме: Решение задач на перебор вариантов.**

<u>*Решить комбинаторную задачу*</u> – это значит выписать все возможные комбинации, составленные из чисел, слов, предметов и др., отвечающих условию задачи. В разделе представлены комбинаторные задачи на размещение, сочетание, перестановки с повторением и без повторения элементов. Используется естественный, доступный вчерашним школьникам метод решения комбинаторных задач с помощью непосредственного перебора возможных вариантов (комбинаций). Самые разные комбинаторные задачи решаются с помощью составления специальных схем. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда и название метода - **дерево возможных вариантов.**

Задачи:
1. Какие двузначные числа можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
2. В финальном забеге на 100 м участвуют Иванов, Громов и Орлов. Назовите возможные варианты распределения призовых мест.
3. В кружок бального танца записались: Петя, Коля, Витя, Олег, Таня, Оля, Наташа, Света. Какие танцевальные пары девочки и мальчика могут образоваться?
4. Какие трехзначные числа можно составить из цифр 0, 2, 4?
5. На обед в школьной столовой предлагается 2 супа,3 вторых блюда и 4 разных сока. Сколько различных обедов можно составить по предложенному меню?
6. Андрей, Борис и Василий входят в комнату по одному. Сколько у них есть способов это сделать?
7. На завтрак в школьной столовой любой ученик может выбрать булочку, ватрушку, кекс или сочник, а запить их он может соком, чаем или компотом. Сколько вариантов завтрака предлагается в школьной столовой?
8. Маша, Оля, Вера, Ира, Андрей, Миша и Игорь готовились стать ведущими на Новогоднем празднике. Назовите возможные варианты, если ведущими могут быть только одна девочка и один мальчик.

**Практическая работа №15 по теме:Генеральная совокупность Среднее арифметическое. Медиана.**

*Математическая статистика* – наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

*Среднее арифметическое n чисел* – это частное от деления на n суммы всех этих чисел.

*Размах ряда* – это разность между наибольшим и наименьшим числом в ряде.

*Мода ряда* – это число, наиболее часто встречающееся в ряду.

*Медиана ряда* - среднее число упорядоченного ряда чисел, если ряд нечетный или среднее арифметическое двух средних чисел, если ряд четный.

**Задания:**

1. Пусть ученик получил в течение первой учебной четверти следующие отметки по алгебре:5, 2, 4, 5, 5, 4, 4, 5, 5, 5.

2. Рост учащихся нашего класса: 157,165,165,168,165,161,165,160,162,169,171, 170,170,175,173,170,177,182,186,182,160,173, 165,162,174,177.

1) составить ранжированный ряд ;

2) определить средний рост, моду ряда, медиану ряда.

3. На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки: 5,2; 5,4; 5,5; 5,4; 5,1; 5,1; 5,4; 5,5; 5,3.Вычислить среднее арифметическое оценок.

4. Два стрелка сделали 100 выстрелов. Первый выбил 8 очков 40 раз, 9 очков - 10 раз и 10 очков - 50 раз. Второй выбил 8, 9 и 10 очков соответственно - 10, 60 и 30 раз. Какой из стрелков стреляет лучше?

## Практическая работа №16 по теме: Решение заданий на соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумент.

Каждому углу поворота $\alpha$ соответствует *единственная* точка единичной окружности. Следовательно, каждому значению угла $\alpha$ соответствует единственное число, являющееся значением синуса (косинуса, тангенса для $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$) угла $\alpha$.

Поэтому зависимость значения синуса (косинуса, тангенса) от величины угла поворота является функциональной.

Функции $f(\alpha) = \sin\alpha,\ g(\alpha) = \cos\alpha$ и $h\ (\alpha) = \operatorname{tg}\alpha$, соответствующие этим функциональным зависимостям, называют **тригонометрическими функциями** угла поворота $\alpha$.

Задания:

1. Найдите значение выражения:1) $\sin 660°;$ 2) $\sin\left(-\frac{13\pi}{3}\right);$ 3) $\operatorname{tg} 135°.$

2. Упростите выражение:

а) $\cos\alpha\, ctg\,\alpha + \sin\alpha$ ;

б) $\frac{tg\,\alpha}{tg\,\alpha + ctg\,\alpha}$

3. Найдите значение выражения:

а) $tg\,\alpha\,(ctg\,\alpha + \cos\alpha)$, $если\ \sin\alpha = 0{,}7$

б) $\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ , если $tg\,\alpha = 2$

4. Вычислить $tg\,\alpha$ , если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$ $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

## Практическая работа №17 по теме: Решение заданий на применение четности и нечетности функций.

*Знаки значений тригонометрических функций. Четность и нечетность тригонометрических функций*

Пусть точка $P$ получена в результате поворота точки $P_0$ (1; 0) вокруг начала координат на угол $\alpha$. Если точка P принадлежит I координатной четверти, то говорят, что $\alpha$ **является углом I четверти**. Аналогично можно говорить об углах II, III и IV четвертей.

Например, $\frac{\pi}{7}$ и -300° — углы I четверти, $\frac{2\pi}{3}$ и -185° — углы II четверти, $\frac{5\pi}{4}$ и -96° — углы III четверти, 355° и — углы IV четверти. Углы вида $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$, не относят ни к какой четверти.

Точки, расположенные в I четверти, имеют положительные абсциссу и ординату. Следовательно, если $\alpha$ — угол I четверти, то $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$.

- Если a — угол II четверти, то sina > 0, cos a < 0.
- Если a — угол III четверти, то sin a < 0, cos a < 0.
- Если a — угол IV четверти, то sin a < 0, cosa > 0.

Знаки значений синуса и косинуса схематически показаны на рисунке 10.1.

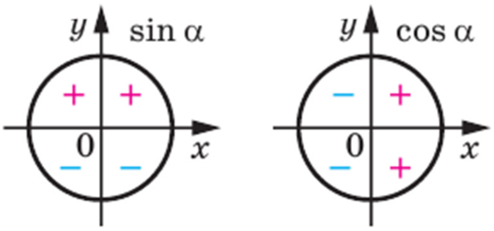



**Рис. 10.1**

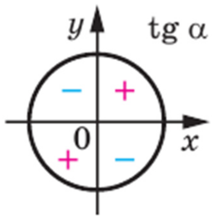



**Рис. 10.2**

Поскольку $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, то тангенсы углов I и III четвертей являются положительными, а углов II и IV четвертей — отрицательными (рис. 10.2). Пусть точки $P_1$ и $P_2$ получены в результате поворота точки $P_0$ (1; 0) на углы $\alpha$ и $-\alpha$ соответственно (рис. 10.3).

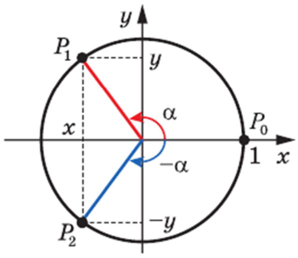



**Рис. 10.3**

Для любого угла $\alpha$ точки $P_1$ и $P_2$ имеют равные абсциссы и противоположные ординаты. Тогда из определений синуса и косинуса следует, что для любого действительного числа $\alpha$

$$\boxed{\begin{array}{c}\cos(-\alpha) = \cos\alpha \\ \sin(-\alpha) = -\sin\alpha\end{array}}$$

Это означает, что **функция косинус является четной, а функция синус — нечетной.**

Область определения функции $y = \operatorname{tg} x$ симметрична относительно начала координат (проверьте это самостоятельно). Кроме того:

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\operatorname{tg}\alpha.$$

Следовательно, ***функция тангенс является нечетной.***

Задания:

1. Какой знак имеет: 1) sin 280°; 2)tg(-140°)?

2.Сравните sin 200° и sin (-200°).

3. Исследуйте на четность функцию: 1) $f(x)=\frac{1+\cos x}{x^2}$; 2) $f(x)=1+\sin x$.

4. Выясним, является ли функция

$$y=2+\sin x\cos(\tfrac{3\pi}{2}+x)$$

чётной или нечётной?

5. Постройте график периодической функции y=f(x), с периодом равным 2, если известно, что $f(x)=x^2/2$ на отрезке [-1;1].

6. Является ли число 16π периодом функции y=sinx? А ее основным периодом?

7. Найти основные периоды функций y=sin(6x), y=cos(x/2), y=sin(кx).

8. Докажите, что если функция y=f(x) является периодической, то и y=k*f(x)+b тоже периодическая.

## Практическая работа №18 по теме: Решение тригонометрических уравнений.

Рассмотрим основные методы решения уравнений

| | | |
|---|---|---|
| 1. Введение новой переменной. | $2\sin^2x - 5\sin x + 2 = 0$. | Пусть sinx = t, $\lvert t\rvert \le 1$,<br>Имеем: $2t^2 - 5t + 2 = 0$.<br>Получаем и решаем tg $\frac{x}{2}$ = z, |
| 2. Разложение на множители | $2\sin x\cos 5x - \cos 5x = 0$; | $\cos 5x\,(2\sin x - 1) = 0$.<br>Имеем: $\begin{cases}\cos 5x = 0,\\ 2\sin x - 1 = 0;\ldots\end{cases}$ |
| 3. Однородные тригонометрические уравнения. | I степени<br>$a\sin x + b\cos x = 0$, $(a,b \ne 0)$. | Разделим на $\cos x \ne 0$.<br>Получаем и решаем: $a\,\mathrm{tg}x + b = 0$; … |
| | II степени<br>$a\sin^2x + b\sin x\cos x + c\cos^2x = 0$. | 1) если, $a \ne 0$, разделим на $\cos^2x \ne 0$<br>имеем: $a\,\mathrm{tg}^2x + b\,\mathrm{tg}x + c = 0$.<br>2) если, a = 0, то<br>имеем: $b\sin x\cos x + c\cos^2x = 0$; разделим на $\cos^2x \ne 0$<br>получаем и решаем<br>$b\,\mathrm{tg}x + c = 0$ |

| | | |
|---|---|---|
| 4. Неоднородные тригонометрическ ие уравнения. | Уравнения вида:<br>asinx + bcosx = c<br>где a, *b*, *c* – коэффициенты; x – неизвестное. | *Введение вспомогательного угла*<br>Разделим обе части этого уравнения на $\sqrt{a^2+b^2}$ (корректно ли это?)<br>$\underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\cos\varphi}\sin x + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\sin\varphi}\cos x = \underbrace{\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{C}$ ,<br>$\cos\varphi\cdot\sin x + \sin\varphi\cdot\cos x = C$ ,<br>или $\sin(x+\varphi) = C$ ,<br>и его решение: $x = (-1)^k\cdot\arcsin C - \varphi + \pi k$ ,<br>где $\varphi = \arccos\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \arcsin\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .<br>Заметим, что введённые обозначения $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ взаимно заменяемы |

Задания:

*Простейшие тригонометрические уравнения.*

1. Решите уравнения:

$2\cos 4x = 1$; $\cos(5x+\pi4) = 12$; $ctg\, 4x = 5$;
$3\sin 5x - 2 = 0$; $\sin(\pi6-2x) = -1$; $2\cos \pi4-3x=2$.

2. Найдите корни уравнения, принадлежащие заданному промежутку.

$(\cos x - 22)(\sin x + 22) = 0$, $[0;2\pi]$; $\cos 3x = 32$, $[-\pi;\pi]$; $\sin(2x - \pi4) = -1$, $[-\pi2;3\pi2]$.

*Уравнения, решаемые разложением на множители или приводимые к квадратным.*

$\sin^2 x - \sin x = 0$; $\sin^2 x + \sin x\cdot\cos x = 0$; $3\cos^2 x = \sin x\cdot\cos x$;
$tg^2 x = 4tg\, x - 3$; $\cos^2 x = \cos x + 2$; $\sin^2 2x + 2 = 3\sin 2x$;
$\cos^2 x = \sin^2 x - 1$; $2\cos x + \cos^2 x = 2 - \sin^2 x$; $ctg^2 2x - 6ctg\, 2x + 5 = 0$.

*Однородныеуравнения.*

$\sin x + 3\cos x = 0$; $\sin^2 x = \sin x\cdot\cos x$; $3\sin^2 x + \sin x\cdot\cos x - 2\cos^2 x = 0$.

*Применение формул синуса и косинуса суммы (разности) аргументов.*

1. Решите уравнение:

$\cos 6x\cos 5x + \sin 6x\sin 5x = -1$; $\sin 3x\cos 5x - \sin 5x\cos 3x = 0,5$;
$\sin 2x\cos x + \cos 2x\sin x = 1$; $\cos 3x\cos 5x = \sin 3x\sin 5x$; $\cos 5x\cos 7x = -32$;
$22\sin x + 22\cos x = 1$; $\cos x + \sin x = 1$; $3\cos x - \sin x = 1$.

2. Найдите корни уравнения на заданном промежутке:

$\sin 0,2x\cos 0,8x + \cos 0,2x\sin 0,8x = \cos 3x\cos 2x + \sin 3x\sin 2x$, $x\in[0; 3\pi]$;
$\cos 0,7x\cos 1,3x - \sin 0,7x\sin 1,3x = \sin 7x\cos 9x - \sin 9x\cos 7x$, $x\in[-\pi; \pi]$.

*Применение формулы тангенса суммы и разности аргументов.*

1) Решите уравнение: tgx+tg3x1-tgxtg3x=1; tg5x-tg3x1+tg3xtg5x=3;
2) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$:
3-tgx1+3tgx=1; tgπ5-tg2xtgπ5tg2x+1=3.

*Применение формул двойного аргумента.*

$\sin 2x - 2\cos x = 0$; $2\sin x = \sin 2x$; $\sin x\cdot\cos x = 0,25$;
$\cos^2 x3 - \sin^{2\,x3} = 12$; $\sin 4x\cdot\cos 4x = 12$; $\cos 2x = 2\sin^2 x$.

*Применение формул понижения степени.*

$1 - \cos x = 2\sin^{x2}$; $1 - \cos x = \sin x\sin x2$; $\sin x = tg^2 x2\,(1+\cos x)$;
$1 + \cos x = 2\cos x2$; $\sin^2 x2 = 34$; $\cos^2 x4 = 14$.

*Решение тригонометрических уравнений путем преобразования сумм тригонометрических функций в произведение.*

$\cos x + \cos 3x = 0$; $\sin 3x = \sin 17x$; $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$;
$\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$.

## Практическая работа №19 по теме: Решение заданий на определение свойств функций.

Определение: Закономерность, при которой каждому значению x из множества X соответствует единственное значение y из множества Y, называется функцией

<u>Обозначение функции</u>: y=f (x). y=g(x). y=$\varphi$(x).., где x - независимая переменная, или аргумент; y- зависимая переменная ,или функция.
Множество значений переменной, при которых функция имеет смысл, называют областью определения функции, обозначение D (f), а значение функции, соответствующее каждому значению независимой переменной из области определения, называют множеством значения функции, обозначение E(f).

*Понятие о четности, нечетности функции*:
<u>Определения:</u>Функция f называется четной, если для любого x из ее области определения f (-x)= f (x)
Функция f называется нечетной, если для любого x из ее области определения f (-x)= -f (x)
*Понятие периодичности функции*

<u>Определение</u>: Функцию f называют периодической с периодом T$\neq$0, если для любого x из области определения значение этой функции в точке x,
x-T, x+T равны, т.е. f (x+T)= f(x)= f(x-T)
*Определение периода любой периодической функции основано на следующем свойстве*: если функция f (x) является периодической и ее период равен числу T, то периодической будет функция y=kf`(ax+b), (где k$\neq$0, a$\neq$0 и b – постоянные) и ее период равен числу $\frac{T}{|a|}$.
Задания:
1. Найдите область определения функции
а) y=2$x^2-3x-17$ б) y=$\frac{2x}{x^2-9}$ в)y= $\sqrt{2x-1}$ г) y= $\sqrt{x}+\frac{3}{x+2}$
2. Определить четность или нечетность функций:
а) f(x)= $x^2+4$ б) f(x)=- $x^3$ +x в) f(x)=$\frac{3}{x}$+$x^2$

3. Найдем период для функции y=$\sin(2x+1)$

4. Найдите область определения и множество значений функции:
а) y = $x^2+1$ б) y= $\sqrt{x-2}$
5. Выясните четность, или нечетность следующих функций:
а) y = $\frac{x^3-x}{2}$ б) y =3+$x^2-2x^4$ в) y =$x^2$+tgx
г) y = $x^2-\cos x$ д) y = x -$\sin x$

**Практическая работа №20 по теме: График функции. Построение графиков функций, заданными различными способами.**

Основными недостатками словесного способа задания функции являются невозможность вычисления значений функции при произвольном значении аргумента и отсутствие наглядности. Главное преимущество же заключается в возможности задания тех функций, которые не удается выразить аналитически.
*Основные свойства функции.*
1. *Четность и нечетность*
Функция называется *четной,* если
– область определения функции симметрична относительно нуля;
– для любого x из области определения f(-x) = f(x).
График четной функции симметричен относительно оси 0y
Функция называется *нечетной,* если
– область определения функции симметрична относительно нуля;
– для любого x из области определения f(-x) = –f(x).

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

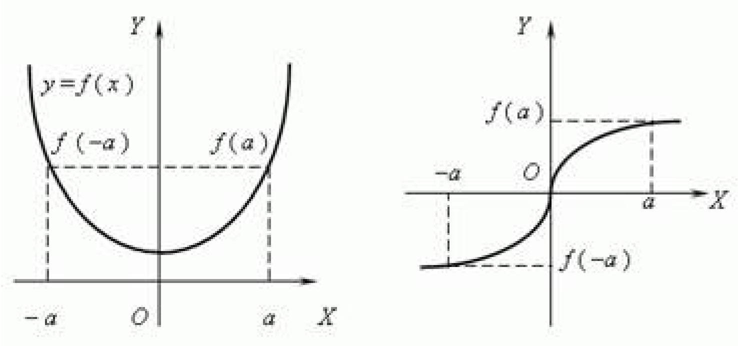



Рис. 5 Рис. 6

2. *Периодичность.*

Функция f(x) называется периодической с периодом T, если для любого x из области определения f(x) = f(x+T) = f(x-T).

График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов.

3. *Монотонность (возрастание, убывание).*

Функция f(x) *возрастает* на множестве P, если для любых x1 и x2 из этого множества, таких, что x1 < x2 выполнено неравенство f(x1)< f(x2).

Функция f(x) *убывает* на множестве P, если для любых x1 и x2 из этого множества, таких, что x1 < x2 выполнено неравенство f(x1) > f(x2).

4. *Экстремумы*

Точка Xmax называется *точкой максимума* функции f(x), если для всех x из некоторой окрестности Xmax , выполнено неравенство f(x)< f(Xmax).

Значение Ymax = f(Xmax) называется *максимумом* этой функции.

Xmax – точка максимума

Ymax – максимум

Точка Xmin называется *точкой минимума* функции f(x), если для всех x из некоторой окрестности Xmin , выполнено неравенство f(x) f(Xmin).

Значение Ymin=f(Xmin) называется *минимумом* этой функции.

5. *Нули функции*

Нулем функции y = f(x) называется такое значение аргумента x, при котором функция обращается в нуль: f(x) = 0.

6. *Ограниченность.*

Функция называется *ограниченной*, если существует такое положительное число M, что |f (x )| M для всех значений x .

Если такого числа не существует, то функция - неограниченная.

Задания:

1. Постройте график функции $y = x^3 - 3x + 3$, используя краткую схему построения. схему построения.

2. Постройте график функции $y = x + \frac{1}{x-1} - 3$, используя подробную схему построения. схему построения.

$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1.$

3. Найти область определения функции:

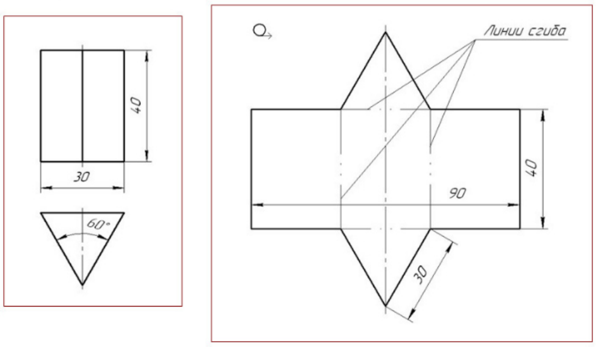
4. Постройте график функции $y = \frac{x^2-1}{x+1}$

5. Постройте график функции $y = \frac{2x+4}{x-3}$

**Практическая работа №21 по теме: Развертка многогранников.**

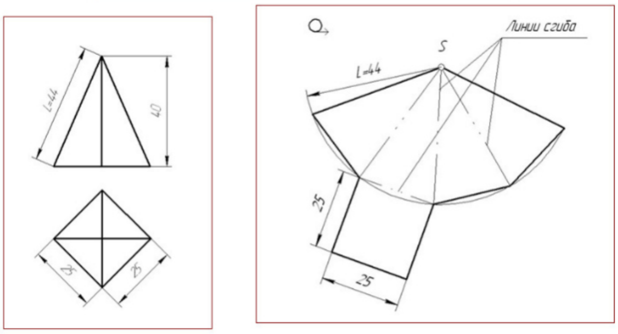
Рассмотрим построение чертежей развертки различных объемных тел.

Построение чертежа развертки поверхностей треугольной призмы



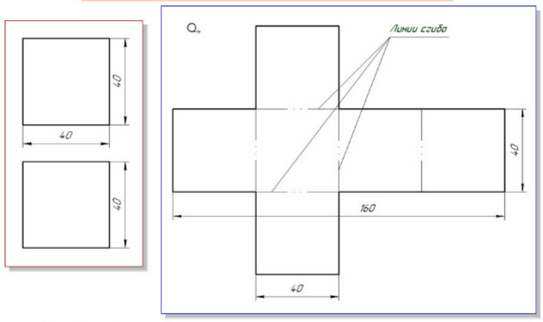

**Развертка поверхностей правильной треугольной призмы представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней - прямоугольников и двух оснований – треугольников**

Построение чертежа развертки поверхностей правильной четырехугольной пирамиды



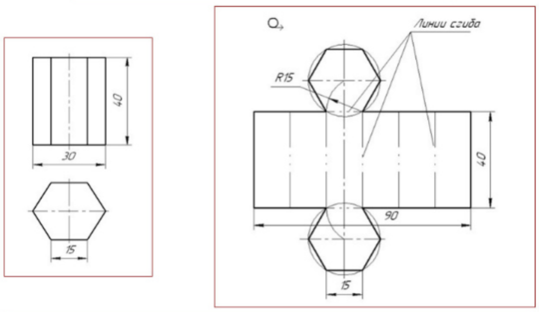

**Развертка поверхностей правильной шестиугольной призмы представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней – четырех равносторонних треугольников при вершине *S* и основании – квадрат**

Построение чертежа развертки поверхностей куба




**Развертка поверхностей куба представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней - квадратов и двух оснований – тоже квадратов**

Построение чертежа развертки поверхностей шестиугольной призмы

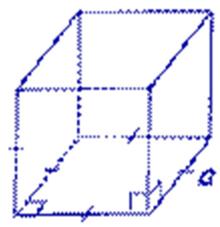
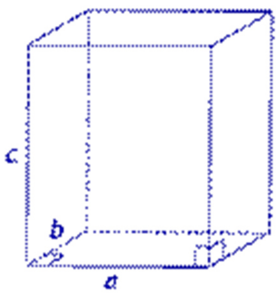
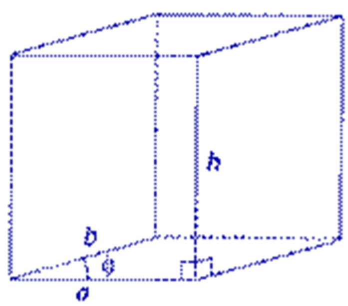


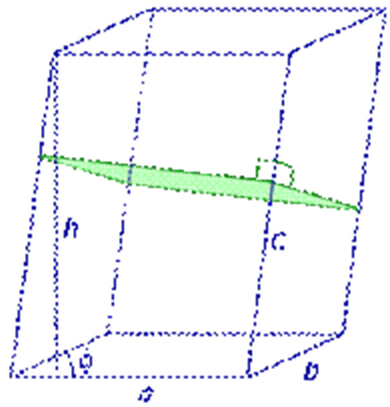

**Развертка поверхностей правильной шестиугольной призмы представляет собой плоскую фигуру, составленную из боковых граней - прямоугольников и двух оснований – шестиугольников**


Задание:Построить развертку различных многогранников.

**Практическая работа №22 по теме:Решение задач на нахождение площади поверхности параллелепипеда и куба.**

Площадь поверхности и объём параллелепипеда, куба.

| Призма | Рисунок | Формулы для объема, площади боковой и полной поверхности |
|---|---|---|
| Куб |  | $V = a^3$,<br>$S_{бок} = 4a^2$,<br>$S_{полн} = 6a^2$,<br>где $a$ – длина ребра куба. |
| Прямоугольный параллелепипед |  | $V = abc$,<br>$S_{бок} = 2ac + 2bc$,<br>$S_{полн} = 2ac + 2bc + 2ab$,<br>где<br>$a$, $b$ – длины ребер основания параллелепипеда,<br>$c$ - высота параллелепипеда. |
| Прямой параллелепипед, в основании кот. лежит параллелограмм со сторонами $a$, $b$ и углом φ |  | $S_{осн} = ab \sin φ$,<br>$V = S_{осн} h = abh \sin φ$,<br>$S_{бок} = 2ah + 2bh$,<br>$S_{полн} = 2ab \sin φ + 2ah + 2bh$,<br>где<br>$a$, $b$ – длины ребер основания параллелепипеда,<br>φ – угол между ребрами основания параллелепипеда,<br>$h$ - высота параллелепипеда. |

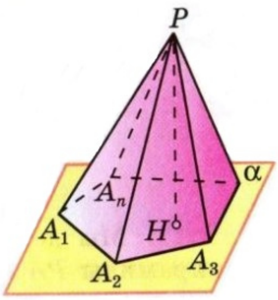
| | | |
|---|---|---|
| Произвольный параллелепипед |  | $S_{осн} = ab \sin \varphi$,<br>$V = S_{осн}\, h = abh \sin \varphi$,<br>$V = S_{перп}\, c$,<br>$S_{бок} = P_{перп}\, c$,<br>$S_{полн} = 2ab \sin \varphi + P_{перп}\, c$,<br>где<br>$a$, $b$ – длины ребер основания параллелепипеда,<br>$\varphi$ – угол между ребрами основания параллелепипеда,<br>$c$ – длина бокового ребра параллелепипеда,<br>$h$ - высота параллелепипеда. |

Задания:

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.
2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.
3. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2 и 7. Найдите его площадь поверхности.
4. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 7 и 4. Объем параллелепипеда равен 140. Найдите площадь его поверхности.
5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.
6. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.
7. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.
8. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.
9. Объем первого куба в 8 раз больше объема второго куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

## Практическая работа №23 по теме:Пирамида в геометрии.

*Пирамида* – многогранник, составленный из $n$-угольника и $n$ треугольников
*Основание пирамиды* – грань пирамиды, являющаяся $n$-угольником
*Вершина пирамиды* – общая точка всех треугольников, лежащих в боковых гранях.
*Боковая грань* – грань пирамиды, являющаяся треугольником
*Боковые ребра* – общие отрезки боковых граней
*Высота* – перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на ее основание
*Апофема* – высота боковой грани правильной пирамиды
*Правильная пирамида* – пирамида, в основании которой лежит правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину и центр основания пирамиды, является высотой
*Усеченная пирамида* – многогранник, образованный двумя $n$-угольниками, расположенными в параллельных плоскостях (нижнее и верхнее основание) и $n$-четырехугольников (боковые грани).
*Площадь полной поверхности пирамиды* – сумма площадей всех граней пирамиды
*Площадь боковой поверхности пирамиды* – сумма площадей боковых граней пирамиды.




Задания:

1. В правильной треугольной пирамиде *SABC* с вершиной *S* биссектрисы треугольника *ABC* пересекаются в точке *O*. Площадь треугольника *ABC* равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка *OS*.

2. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O − центр основания, S − вершина, SO=15, BD=16. Найдите боковое ребро SA.

3. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *M* − середина ребра *AB*, *S* − вершина. Известно, что *BC* = 3, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка *SM*.

4. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *L* — середина ребра *AC*, *S* — вершина. Известно, что *BC* = 6, а *SL* = 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

5. Объем правильной четырехугольной пирамиды SABCD равен 12. Точка E − середина ребра SB. Найдите объем треугольной пирамиды EABC.

## Практическая работа №24 по теме:Решение заданий на нахождение элементов цилиндра и конуса.

*Определение:* Объемные тела, которые возникают при вращении некой плоской фигуры, которая, в свою очередь, ограничена кривой и вращается вокруг оси, лежащей в той же плоскости, называются телами вращения.

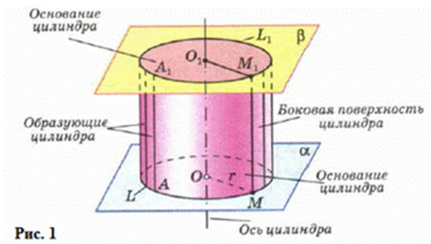


Рис. 1

1. Цилиндр.

*Определение:* Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами $L$ и $L_1$, называется *цилиндром*.

**За площадь боковой поверхности цилиндра принимается площадь ее развертки.**

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$$

Площадью **полной поверхности** цилиндра называется сумма площадей боковой поверхности и двух оснований.

$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi r(r + h)$$

2. Конус.

*Определение:* Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей $L$, называется*конусом* ( рис. 2)

**За площадь боковой поверхности конуса принимается площадь ее развертки.**

$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$

Площадью **полной поверхности** конуса называется сумма площадей боковой поверхности и основания.

$$S_{\text{п.п.}} = \pi r(l + r)$$

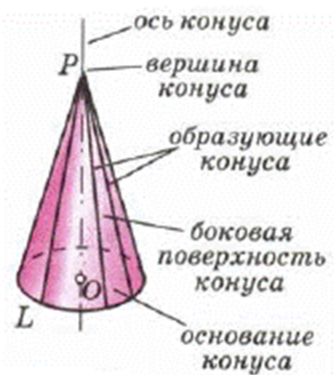


Рис. 2

Задания:

1.Длина окружности основания цилиндра равна 1. Площадь боковой поверхности равна 2. Найдите высоту цилиндра.

2. Осевое сечение конуса равносторонний треугольник со стороной 10см. Найти радиус основания и высоту конуса.
3.Высота конуса 4 см, радиус основания – 3 см. Найти образующую конуса.
4. Радиус конуса 5 см, образующая – 8 см. Найти боковую поверхность конуса.
5. Осевое сечение цилиндра – квадрат со стороной 6 см. Найти высоту и радиус основания цилиндра.
6. Радиус основания цилиндра равен 2м, высота 3м. Найти боковую поверхность цилиндра.

## Практическая работа №25 по теме:Решение задач и упражнений на нахождение площадей поверхностей цилиндра и конуса.

Цилиндр (рис. 1.18) Конус (рис. 1.19)
Площадь боковой поверхности: Площадь боковой поверхности:
$S_{бок} = 2\pi RH$. $S_{бок} = \pi RL$.

Площадь полной поверхности: Площадь полной поверхности:
$S_{цил} = 2\pi RH + 2\pi R^2$. $S_{кон} = \pi RL + \pi R^2$.

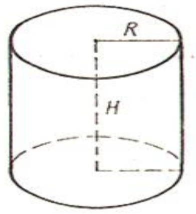



Рис. 1.18

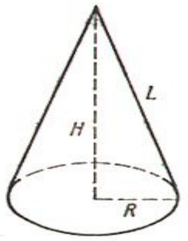
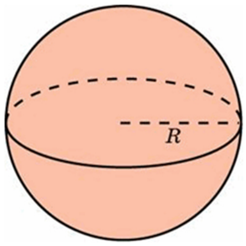



Рис. 1.19




Шар
Площадь поверхности $S$ и объём $V$ шара радиуса $r$ определяются формулами:
$$S = 4\pi r^2$$
$$S = \pi d^2$$
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

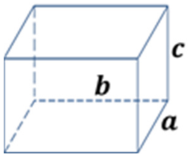
Задания:

1. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $21\pi$, а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.
2. Площадь основания конуса $36\pi$ см$^2$, а его образующая 10 см. Вычислить боковую поверхность конуса.
3. Объем шара равен $288\pi$. Найдите площадь боковой поверхности конуса вписанного в шар. Основанием конуса является больший круг.
4. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.
5. Площадь осевого сечения прямого кругового цилиндра равна 24. Найдите площадь его боковой поверхности.
6. Высота цилиндра 6дм, радиус основания 5дм. Найдите боковую поверхность цилиндра.
7. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания под углом 60° и равна 20 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
8. Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

9. Образующая конуса равна 18 см и наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь полной поверхности конуса.

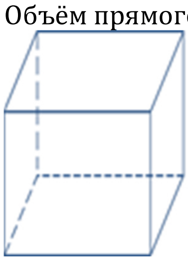
## Практическая работа №26 по теме: Решение задач на нахождение объема призмы.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений.



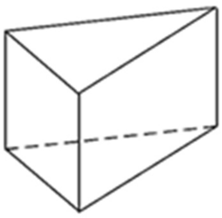

$$V = abc$$

Ещё мы говорили, что:
Объём прямого параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.



$$V = S_{\text{осн}} h$$

Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.



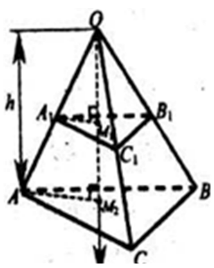
$$V = S_{\text{осн}} h$$

Задания:
1. Найти объем прямой призмы с высотой 5см, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 4 и 6см.
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
3. Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.
4. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ есть прямоугольный треугольник ABC (угол ABC=90°), AB=4см. Вычислите объем призмы, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 2,5см, а высота призмы равна 10см.

## Практическая работа №27 по теме: Решение задач на нахождение объема пирамиды.

Объем пирамиды равен одной трети, произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot h$$



Задания:
1. Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.
2. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна корень из 3.
3. Пирамида Снофру имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 220 м, а высота — 104 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 44 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.
4. В треугольной пирамиде $ABCD$ рёбра $AB$, $AC$ и $AD$ взаимно перпендикулярны. Найдите объём этой пирамиды, если $AB = 6$, $AC = 18$ и $AD = 8$.
5. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды.

## Практическая работа №28 по теме:Формула площади сферы.

*Окружность* – множество точек плоскости, равноудалённых от данной точки. Данная точка называется *центром* окружности, расстояние от центра до любой точки окружности называется *радиусом* окружности.

*Круг* – это часть плоскости, ограниченная окружностью.

*Сфера* – это поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на заданном расстоянии от данной точки, которую называют *центром.*

Тело, ограниченное сферой, называется *шаром.*

Шар можно описать и иначе. *Шаром* радиуса R с центром в точке O называется тело, которое содержит все точки пространства, расположенные от точки O на расстоянии, не превышающем R (включая O), и не содержит других точек.

*Уравнение сферы*

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ – уравнение сферы радиуса R и центром $C(x_0; y_0; z_0)$.

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется *касательной плоскостью к сфере*, а их общая точка – *точкой касания*.

*Сегмент шара* - это часть шара, которая отсекается от шара секущей плоскостью. *Основой сегмента* называют круг, который образовался в месте сечения. *Высотой сегмента* h называют длину перпендикуляра проведенного с середины основы сегмента к поверхности сегмента.

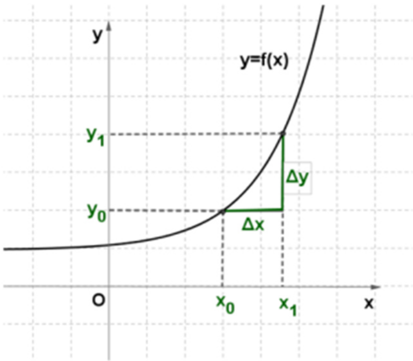
*Сектором* называется часть шара, ограниченная совокупностью всех лучей, исходящих из центра шара O и образующих круг на его поверхности с радиусом r.

Задания:
1.Вершина A куба ABCDA1B1C1D1 с ребром 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину $S/\pi$ .
2. Середина ребра куба со стороной 1,9 является центром шара радиуса 0,95. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите $S/\pi$.
3. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 48. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
4. Дано два шара. Радиус первого шара в 60 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

## Практическая работа №29 по теме:Производная функции.

Пусть функция y=f(x) определена в точках $x_0$ и $x_1$. Разность $x_1-x_0$ называют *приращением аргумента* (при переходе от точки $x_0$ к точке $x_1$), а разность $f(x_1)-f(x_0)$ называют *приращением функции*.

Пусть функция y=f(x) определена в точках $x_0$ и $x_1$. Разность $x_1-x_0$ называют *приращением аргумента* (при переходе от точки $x_0$ к точке $x_1$), а разность $f(x_1)-f(x_0)$ называют *приращением функции*.




Приращение аргумента обозначают Δx (читают: дельта икс; Δ — прописная буква греческого алфавита "дельта"; соответствующая строчная буква пишется так: δ). Приращение функции обозначают Δy или Δf.
Итак, $x_1-x_0=\Delta x$, значит, $x_1=x_0+\Delta x$.
$f(x_1)-f(x_0)=\Delta y$, значит,

$$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0). \quad (1)$$

<u>Определение.</u> Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$y'=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y(x_0+\Delta x)-y(x_0)}{\Delta x}.$$

Задания:
1.Найдите производные функцийа)$y=3x^7$,б) y=−7y−7;
в) y=9x;г) y=11−6xy;д) y=8√x+7sin(x), y=8x+7sin(x).
2. Найдите производные функций.а) y=sin(x)5x;б) y=ctg(x)+23xy;в) y=(3−7x)9y.
3. Прямолинейное движение точки описывается законом t6−4t3t6−4t3. Найдите ее скорость в момент времени t=3ct.
4. Найдите производные функций.
а)$y=3x^3$;б) y=8y+8;в) y=112x;г) y=5x+5;д) y=2√x+cos(x)5y.

## Практическая работа №30 по теме: Вычисление площадей плоской фигуры с помощью определенного интеграла.

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями (рис. 1).

$$y=f(x), x=a, x=b, y=0.$$

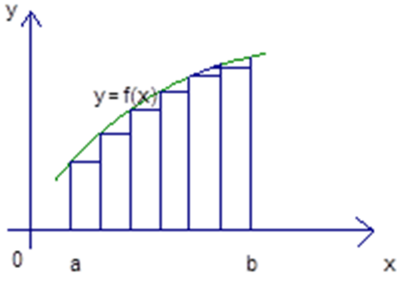


Рис. 1. Площадь криволинейной трапеции

Разбили отрезок $[a,b]$ на $n$ одинаковых отрезков, заменили искомую площадь площадью поступенчастой линии, легко ее сосчитали и получили приближенное решение нашей задачи. Далее устремили $n \to \infty$ в пределе $S_n \to S$ и получили искомую площадь S. Ввели обозначение $S = \int_a^b f(x)dx$.

Это определенный интеграл. Вот таким образом мы пытались решить задачу. Мы знаем теперь, как приближенно ее решить, знаем обозначения для точного решения, но точного решения еще не знаем.

Затем мы получили точное решение задачи следующим образом: рис. 2:

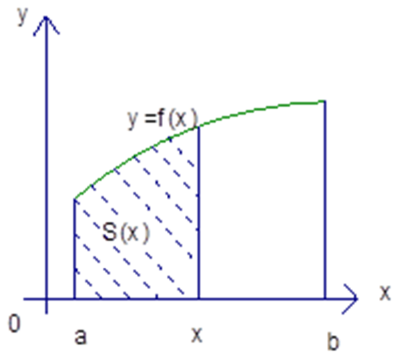



Рис. 2. Функция S (x)

Ввели функцию $S(x)$. Каждому $x$ **на отрезке** $[a,b]$ **соответствует** площадь под соответствующей частью кривой $S(x)$. Так, введенная функция удовлетворяет единственному закону, а именно:

Каждому $x$ соответствует единственное значение $S(x)$.

Мы доказали, что производная этой же функции $S'(x) = f(x)$ и доказали, что точная площадь вычисляется следующим образом. Надо найти любую первообразную от функции $f(x)$ и взять приращение этих первообразных. То есть взять первообразную в точке $b$ и отнять первообразную в точке $a. S = F(b) - F(a).$ И в результате мы получили формулу, которой мы будем пользоваться для вычисления площадей.

$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Задания:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 1, x = 2.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x\,, y = 0, x = 0,\ x = \pi.$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1,\ x = 2.$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x, y = 0.$
5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, y = 0, x \epsilon [\pi, 2\pi]$.

6. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями

$y = -x^2 + 4x$ и $y = x$

**Методические указания к самостоятельной работе**

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий обучающихся и предназначена для реализации учебного плана по дисциплине« Математика».

Методические рекомендации по организации и проведению самостоятельных работ разработаны в соответствии с учебным планом, примерной программой основного общего образования и ФГОС (третьего поколения) Российской Федерации.

Основной целью самостоятельных работ является: способствование реализации требований ФГОС в части, относящейся к знаниям, умениям, универсальным учебным действиям за счет самостоятельной деятельности обучающихся.

Самостоятельная работа должна прививать обучающимся «умение учиться», которое предполагает полноценное освоение всех компонентов учебной деятельности (познавательные и учебные мотивы; учебная цель; учебная задача; учебные действия и операции) и выступает существенным фактором повышения эффективности освоения обучающимися предметных знаний, умений и формирования компетенций, образа мира и ценностно- смысловых оснований личностного морального выбора, побуждать молодёжь принимать активную гражданскую позицию, усиливать личностное развитие и безопасную социальную включенность в жизнь общества, что позволит в дальнейшем легко адаптироваться в трудовом коллективе.

**Критерии оценки результатов самостоятельной работы**:

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой. При проверке усвоения материала нужно выявлять полноту, прочность усвоения обучающимися теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.
2. Основными формами проверки знаний и умений обучающихся по математике являются письменные работы и устный опрос. Основными видами письменных работ являются: упражнения, составления схем и таблиц, текущие письменные самостоятельные (обучающие и проверочные) работы, лабораторные работы, тесты, итоговые контрольные работы и т.п. При оценке письменных и устных ответов учитель в первую очередь учитывает показанные учащимися знания и умения.

При оценке ответа используется традиционная форма оценивания по пятибалльной шкале.

**Оценка «отлично»** выставляется, если студент:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя специализированную терминологию и символику;

- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя.

Возможны одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые студент легко исправил по замечанию преподавателя.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если:

- ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:
- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие логического и информационного содержания ответа;
- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала, имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, , исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме,
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала,
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.
- студент обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

## Самостоятельная работа № 1

Задание: заполните таблицу «Числовые множества»

| **Вид числа** | **Обозначение множества чисел** | **Примеры чисел** | **Какие потребности обслуживают** | **Действия, которые можно выполнять над числами** |
|---|---|---|---|---|
| ***Натуральные числа*** | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***Целые числа*** | | | | |
| ***Рациональные числа*** | | | | |
| ***Иррациональные числа*** | | | | |
| ***Комплексные числа*** | | | | |

*Форма выполнения задания:* таблица.

**Самостоятельная работа № 2**

Задание: создайте мультимедийную презентацию на одну из следующих тем:

- История происхождения комплексного числа;
- История развития числа.

Презентации должны быть выполнены с соблюдением методических рекомендаций по составлению презентаций.

*Форма выполнения задания*: презентация.

**Самостоятельная работа № 3**

Задание: Выполнить исследовательскую работу по теме: «Непрерывные дроби» в соответствии с рекомендациями к выполнению учебной исследовательской работы.

**Самостоятельная работа № 4**

Задание: составить кроссворд «Степень», с соблюдением методических рекомендаций по составлению кроссвордов.

*Форма выполнения задания*: кроссворд.

**Самостоятельная работа № 5**

Задание: вычислить логарифмы, используя определение логарифма, свойства логарифмов.

| **Вариант** 1 | **Вариант** 2 |
|---|---|
| Вычислить:<br>1. $\log_4 16$<br>2. $\log_{25} 125$<br>3. $\log_8 2$<br>4. $\log_{\frac{1}{7}} 49$<br>5. $\log_6 \sqrt{6}$<br>6. $3^{2\log_3 7}$<br>7. $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2}$<br>8. $\log_9 \frac{1}{\sqrt{3}}$<br>9. Найдите x, если<br>$\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 \frac{2}{3}$ | Вычислить:<br>1. $\log_3 27$<br>2. $\log_{49} 7$<br>3. $\log_4 8$<br>4. $\log_{\frac{1}{27}} 3$<br>5. $\log_5 \sqrt[3]{5}$<br>6. $27^{\log_3 2}$<br>7. $\log_{\sqrt{27}} 9$<br>8. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2\sqrt{2}$<br>9. Найдите x, если<br>$\lg x = \lg 25 + \lg 5$ |

*Форма выполнения задания*: вычисление логарифмов.

**Самостоятельная работа № 6**

*Задание: подготовить* реферат по теме « Музыка и логарифмы».

*Форма выполнения задания*: реферат.

**Самостоятельная работа № 7**

*Задание: подготовить* реферат по теме «Параллельное проектирование и его свойства».

*Форма выполнения задания*: реферат.

**Самостоятельная работа № 8**

*Задание: решить*задачу по теме «Перпендикуляр и наклонная».

**1 вариант** – на выбор 1,3 или 5 задача. **2 вариант** – на выбор 2,4 или 5 задача.

1) Из точки, не принадлежащей данной плоскости, проведены к ней две наклонные, равные 10см и 18см. Сумма длин их проекций на плоскость равна 16см. Найти проекцию каждой наклонной.

2) Длина наклонной 10см, перпендикуляра, проведённого из той же точки что и наклонная к той же прямой, равна 6см. Найдите длину проекции наклонной.

3) Из точки А к данной плоскости $\alpha$ проведены перпендикуляр $AA_1$ и две наклонные АВ и АС. $CA_1 = 4$, $\angle ABA_1 = 30°$, $\angle ACA_1 = 60°$, а угол между наклонными 90°. Найти расстояние между основаниями наклонных.

4) Из точки А к данной плоскости $\alpha$ проведены перпендикуляр $AA_1$ и две наклонные АВ и АС, каждая из которых наклонена к плоскости под углом 45°, угол между наклонными 120°. Расстояние между основаниями наклонных 12см. Найти расстояние от точки А до плоскости $\alpha$.

5) Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке О. Из точки О проведён к плоскости квадрата перпендикуляр ОМ. Найти расстояние от точки М до стороны ВС, если AD = 6см, ОМ = 4см.

*Форма выполнения задания:* решение задачи.

**Самостоятельная работа № 9**

*Задание:* создать презентацию «Из истории создания комбинаторики»

*Форма выполнения задания:* презентация.

**Самостоятельная работа № 10**

*Задание:* Подготовить доклад по теме: «Треугольник Паскаля».

*Форма выполнения задания:* доклад.

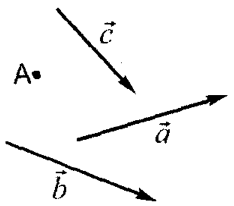
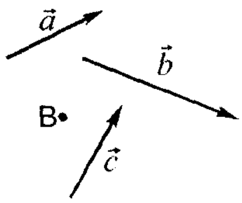
**Самостоятельная работа № 11**

*Задание:* Составить вопросы по теме «Векторы» (не менее 6 вопросов с ответами).

*Форма выполнения задания:* вопросы по заданной теме.

**Самостоятельная работа № 12**

*Задание:* выполнить домашнююконтрольную работу «Векторы».

| | |
|---|---|
| Фамилия ,группа<br>____________________________<br>Вариант 1<br>1. От точки А отложите вектор: а) равный $\vec{a}$ ; б) сонаправленный $\vec{b}$ ; в) противоположно направленный $\vec{c}$ .<br><br><br>2. ABCD – ромб. Равны ли векторы:<br>а) $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ ____; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$ ____;<br>в) $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$ ____.<br>3. Начертите два неколлинеарных вектора $\overline{\grave{a}}$ и $\overline{b}$ .<br>Постройте вектор $\frac{1}{3}\overline{b} - 2\overline{a}$ .<br>4. В параллелограмме ABCD на стороне AB отмечена точка К так, что АК: КВ=2:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{OC}$ и $\overline{CK}$ через векторы $\overline{a} = \overline{\tilde{N}B}$ и $\overline{b} = \overline{\tilde{N}D}$ .<br>5. Чему равны координаты вектора $\overline{\grave{a}} = \overline{i} - 3\overline{j}$ | Фамилия, группа<br>____________________________<br>Вариант 2<br>1. От точки В отложите вектор: а) равный $\vec{a}$ ; б) сонаправленный $\vec{b}$ ;в) противоположно направленный $\vec{c}$ .<br><br><br>2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы:<br>а) $\overline{BA}$ и $\overline{DC}$ ____; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$ _____; в) $\overline{DC}$ и $\overline{DA}$ ____.<br>3. Начертите два неколлинеарных вектора $\overline{\grave{a}}$ и $\overline{b}$ .<br>Постройте вектор $3\overline{b} - \frac{1}{2}\overline{a}$ .<br>4. В параллелограмме ABCD на стороне ВС отмечена точка Р так, что ВР:РС=3:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{AO}$ и $\overline{PA}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AD}$ .<br>5. Чему равны координаты вектора $\overline{\grave{a}} = -2\overline{i} + \overline{j}$ |

| | |
|---|---|
| 1) $\bar{a}\{0;-3\}$ 2) $\bar{a}\{1;-3\}$ 3) $\bar{a}\{-3;1\}$<br>6. Запишите разложение вектора $\bar{d}\{-4;2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$.<br>____________<br>7. Даны два вектора $\bar{a}\{-2;3\},\bar{b}\{1;1\}$:<br>1) найдите координаты вектора $\bar{a}+\bar{b}$ ______<br>2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}+\bar{b}$ и $\bar{c}\{-2;8\}$ _______<br>8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=3\bar{a}-2\bar{b}$, если $\bar{a}\{-1;3\},\bar{b}\{2;7\}$. __________________ | 1) $\bar{a}\{-2;0\}$ 2) $\bar{a}\{-2;-1\}$ 3) $\bar{a}\{-2;1\}$<br>6. Запишите разложение вектора $\bar{c}\{4;-2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$.<br>____________<br>7. Даны два вектора $\bar{a}\{-3;4\},\bar{b}\{1;2\}$:<br>1) найдите координаты вектора $\bar{a}-\bar{b}$ ______<br>2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}-\bar{b}$ и $\bar{c}\{4;-2\}$ _______<br>8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=2\bar{a}+3\bar{b}$, если $\bar{a}\{-2;1\},\bar{b}\{1;3\}$. __________________ |

*Форма выполнения задания:* решение контрольной работы.

**Самостоятельная работа №13**

Задание: изготовить модель тригонометрического круга на плотной бумаге формата А4. Показать линии тангенса и котангенса.

*Форма выполнения задания*: модель тригонометрического круга.

**Самостоятельная работа № 14**

Задание: подготовить сообщение на тему «История тригонометрии и ее роль в изучении естественно-математических наук».

*Форма выполнения задания*: сообщение.

**Самостоятельная работа № 15**

Задание: постройте график функции с помощью различных преобразований.

| **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** | **Вариант 4** |
|---|---|---|---|
| Построить график функции $y=-x^2+1$ | Построить график функции $y=-(x+1)^2$ | Построить график функции $y=\frac{1}{x}-1$ | Построить график функции $y=\frac{1}{x+1}-1$ |
| **Вариант 5**<br>Построить график функции $y=(x-2)^2+1$ | **Вариант 6**<br>Построить график функции $y=(x+1)^2-3$ | **Вариант 7**<br>Построить график функции $y=\frac{1}{x+2}-1$ | **Вариант 8**<br>Построить график функции $y=\frac{1}{x-3}$ |
| **Вариант 9**<br>Построить график функции $y=(x-2)^2$ | **Вариант 10**<br>Построить график функции $y=\frac{1}{x+2}$ | **Вариант 11**<br>Построить график функции $y=3-x^2$ | **Вариант 12**<br>Построить график функции $y=-\frac{1}{x+2}-1$ |
| **Вариант 13**<br>Построить график | **Вариант 14**<br>Построить график | **Вариант 15**<br>Построить график функции | **Вариант 16**<br>Построить график функции $y=\sqrt{x-2}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| функции $y=\frac{1}{x}+3$ | функции $y=-\frac{1}{x+2}$ | $y=(x+2)^2-1$ | |
| **Вариант 17**<br>Построить график функции $y=\sqrt{x}+3$ | **Вариант 18**<br>Построить график функции<br>$y=-(x-2)^2+1$ | **Вариант 19**<br>Построить график функции<br>$y=-\sqrt{x}+3$ | **Вариант 20**<br>Построить график функции<br>$y=-\sqrt{x-1}+3$ |
| **Вариант 21**<br>Построить график функции<br>$y=-x^2-3$ | **Вариант 22**<br>Построить график функции<br>$y=\frac{1}{x+2}-3$ | **Вариант 23**<br>Построить график функции $y=(x-3)^2$ | **Вариант 24**<br>Построить график функции $y=-\sqrt{x+3}$ |
| **Вариант 25**<br>Построить график функции $y=x^2+4$ | **Вариант 26**<br>Построить график функции<br>$y=(x-3)^2+1$ | **Вариант 27**<br>Построить график функции $y=2+\frac{1}{x}$ | **Вариант 28**<br>Построить график функции<br>$y=3-(x+2)^2$ |

*Форма выполнения задания*: построение графика функции.

**Самостоятельная работа № 16**

Задание: с помощью преобразований графиков функций построить график заданной функции и указать её свойства.

| | |
|---|---|
| **Вариант 1**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-4}-4$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 2**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x}+3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 3**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x+1}-4$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 4**<br>1. С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x+1}-2$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 5**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте | **Вариант 6**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте |

| | |
|---|---|
| график функции $y = 2-(x-1)^2$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | график функции $y = \dfrac{1}{x+3} - 1$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 7**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \dfrac{1}{x} + 2$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 8**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \dfrac{1}{x-1}$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 9**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \dfrac{1}{x-1} - 3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 10**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x+3)^2 - 3$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 11**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x-2)^2 - 3$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 12**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \dfrac{1}{x} + 3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 13**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = \dfrac{1}{x-2} + 3$. | **Вариант 14**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y = (x-5)^2 + 2$. Укажите:<br>а) область определения; |

| | |
|---|---|
| Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 15**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=(x+2)^2+1$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 16**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\dfrac{1}{x-1}+2$ .<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 17**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\dfrac{1}{x}+2$ . Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 18**<br>2. С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=2+(x+1)^2$.<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 19**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\dfrac{1}{x}-3$ . Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 20**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\dfrac{1}{x-2}-3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 21**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=3+(x-1)^2$ .<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений; | **Вариант 22**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=5-(x+2)^2$ .<br>Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений; |

| | |
|---|---|
| в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 23**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-1}-3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 24**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x}-4$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 25**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-1}$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 26**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-1}+3$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |
| **Вариант 27**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-2}$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. | **Вариант 28**<br>С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=(x+5)^2+2$. Укажите:<br>а) область определения;<br>б) область значений;<br>в) промежутки монотонности;<br>г) точки экстремума;<br>д) экстремумы;<br>е) наибольшее и наименьшее значение. |

*Форма выполнения задания*: построение графика и описание свойств функции по графику.

**Самостоятельная работа № 17**

Задание: решить задачи.

| **Вариант 1** | **Вариант 1** |
|---|---|
| 1. Напишите формулу общего члена последовательности натуральных чисел, которые при делении на 6 дают | 1. Напишите формулу общего члена последовательности натуральных чисел, которые при делении на 3 дают |

| | |
|---|---|
| в остатке 1.<br>2. Последовательность$(x_n)$ задана формулой<br>$x_n = 3n - 4$. Найдите:<br>а) $x_1$; б) $x_5$; в) $x_{12}$; г) $x_{100}$; д) $x_{n+1}$.<br>3. Последовательность задана формулой<br>$a_n = 7n - 5$.<br>А) Вычислите первые пять членов этой последовательности.<br>б) Определите, будет ли число 9 являться членом этой последовательности?<br>в) Найдите самый близкий к числу 95 член этой последовательности. | в остатке 1.<br>2. Последовательность$(x_n)$ задана формулой<br>$x_n = -3n - 4$. Найдите:<br>а) $x_1$; б) $x_5$; в) $x_{12}$; г) $x_{100}$; д) $x_{n+1}$.<br>3. Последовательность задана формулой<br>$a_n = 7n + 5$.<br>А) Вычислите первые пять членов этой последовательности.<br>б) Определите, будет ли число33 являться членом этой последовательности?<br>в) Найдите самый близкий к числу 95 член этой последовательности. |

*Форма выполнения задания*: решение задачи.

**Самостоятельная работа №18**

Задание: построить график показательной или логарифмической функции.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Вариант 1**<br>Построить график функции $y = log_2 x$ | **Вариант 2**<br>Построить график функции $y = 3^x + 1$ | **Вариант 3**<br>Построить график функции<br>$y = \log_{0,5} x - 1$ | **Вариант 4**<br>Построить график функции $y = 0,5^x$ |
| **Вариант 5**<br>Построить график функции $y = \log_{0,2} x$ | **Вариант 6**<br>Построить график функции $y = \log_3 x$ | **Вариант 7**<br>Построить график функции $y = -4^x$ | **Вариант 8**<br>Построить график функции $y = \log_5 x$ |
| **Вариант 9**<br>Построить график функции<br>$y = log_2 x - 1$ | **Вариант 10**<br>Построить график функции $y = 0,5^x + 1$ | **Вариант 11**<br>Построить график функции<br>$y = log_3 x - 3$ | **Вариант 12**<br>Построить график функции $y = -5^x$ |
| **Вариант 13**<br>Построить график функции $y = 3^x - 2$ | **Вариант 14**<br>Построить график функции $y = 0,3^x - 2$ | **Вариант 15**<br>Построить график функции<br>$y = log_{0,2}(x-1)$ | **Вариант 16**<br>Построить график функции<br>$y = log_3(x-1)$ |
| **Вариант 17**<br>Построить график функции $y = 3^{x+2}$ | **Вариант 18**<br>Построить график функции $y = -3^x + 1$ | **Вариант 19**<br>Построить график функции<br>$y = log_3 x + 3$ | **Вариант 20**<br>Построить график функции<br>$y = \log_5(x+1)$ |
| **Вариант 21**<br>Построить график функции<br>$y = \log_{0,5}(x+1)$ | **Вариант 22**<br>Построить график функции<br>$y = -\log_{0,5} x$ | **Вариант 23**<br>Построить график функции $y = 5^{x+2}$ | **Вариант 24**<br>Построить график функции $y = 5^{x-2}$ |
| **Вариант 25**<br>Построить график функции<br>$y = \log_5(x+2)$ | **Вариант 26**<br>Построить график функции<br>$y = \log_5 x + 2$ | **Вариант 27**<br>Построить график функции $y = -\log_5 x$ | **Вариант 28**<br>Построить график функции $y = 0,3^x + 1$ |

*Форма выполнения задания*: построение графика логарифмической или показательной функции.

**Самостоятельная работа № 19**

Задание: выполнить графическую работу «Графики тригонометрических функций».

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Вариант 1**<br>Построить график функции $y = 3\sin x$ | **Вариант 2**<br>Построить график функции $y = -\sin x$ | **Вариант 3**<br>Построить график функции $y = \sin 2x$ | **Вариант 4**<br>Построить график функции $y = \sin x - 2$ |
| **Вариант 5**<br>Построить график функции $y = 0{,}5\cos x$ | **Вариант 6**<br>Построить график функции $y = -\cos x$ | **Вариант 7**<br>Построить график функции $y = \cos 3x$ | **Вариант 8**<br>Построить график функции $y = -\cos x$ |
| **Вариант 9**<br>Построить график функции $y = \cos x + 3$ | **Вариант 10**<br>Построить график функции $y = \cos 0{,}5x$ | **Вариант 11**<br>Построить график функции $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ | **Вариант 12**<br>Построить график функции $y = \cos(x +$ |
| **Вариант 13**<br>Построить график функции $y = 3\cos x$ | **Вариант 14**<br>Построить график функции $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ | **Вариант 15**<br>Построить график функции $y = \sin x + 2$ | **Вариант 16**<br>Построить график функции $y = 0{,}5\sin x$ |
| **Вариант 17**<br>Построить график функции<br>$y = 2\cos(x + \frac{\pi}{3})$ | **Вариант 18**<br>Построить график функции $y = -1{,}5\sin x$ | **Вариант 19**<br>Построить график функции $y = -\sin 0{,}5x$ | **Вариант 20**<br>Построить график функции $y = \sin x - 1$ |
| **Вариант 21**<br>Построить график функции $y = -2\cos x$ | **Вариант 22**<br>Построить график функции $y = 2\sin x + 1$ | **Вариант 23**<br>Построить график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ | **Вариант 24**<br>Построить график функции $y = \sin(x -$ |
| **Вариант 25**<br>Построить график функции $y = 4\sin x$ | **Вариант 26**<br>Построить график функции $y = -\sin x + 2$ | **Вариант 27**<br>Построить график функции $y = \cos 2x$ | **Вариант 28**<br>Построить график функции $y = 4\cos x$ |

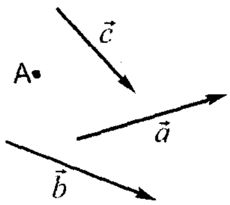
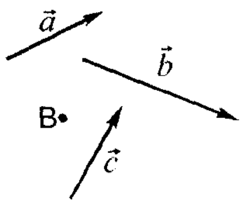
*Форма выполнения задания*: построение графика.

**Самостоятельная работа № 20**

*Задание:* изготовить модели многогранников.

*Форма выполнения задания:* модель многогранника.

*Задание:* выполнить домашнюю контрольную работу «Векторы».

| | |
|---|---|
| Фамилия ,группа<br>______________________________<br>Вариант 1<br>1. От точки А отложите вектор: а) равный $\vec{a}$ ; б) сонаправленный $\overline{b}$ ; в) противоположно направленный $\overline{c}$ .<br><br> | Фамилия, группа<br>______________________________<br>Вариант 2<br>1. От точки В отложите вектор: а) равный $\vec{a}$ ; б) сонаправленный $\overline{b}$ ;в) противоположно направленный $\overline{c}$ .<br><br> |

| | |
|---|---|
| 2. ABCD – ромб. Равны ли векторы:<br>а) $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$ ____; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$ ____;<br>в) $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$ ____.<br>3. Начертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$.<br>Постройте вектор $\frac{1}{3}\bar{b}-2\bar{a}$.<br>4. В параллелограмме ABCD на стороне АВ отмечена точка К так, что АК: КВ=2:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{OC}$ и $\overline{CK}$ через векторы $\bar{a}=\overline{\tilde{N}B}$ и $\bar{b}=\overline{\tilde{N}D}$.<br>5. Чему равны координаты вектора $\bar{a}=\bar{i}-3\bar{j}$<br>1) $\bar{a}\{0;-3\}$ 2) $\bar{a}\{1;-3\}$ 3) $\bar{a}\{-3;1\}$<br>6. Запишите разложение вектора $\bar{d}\{-4;2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$.<br>___________<br>7. Даны два вектора $\bar{a}\{-2;3\},\bar{b}\{1;1\}$:<br>1) найдите координаты вектора $\bar{a}+\bar{b}$<br>______<br>2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}+\bar{b}$ и $\bar{c}\{-2;8\}$ _______<br>8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=3\bar{a}-2\bar{b}$, если $\bar{a}\{-1;3\},\bar{b}\{2;7\}$. __________________ | 2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы:<br>а) $\overline{BA}$ и $\overline{DC}$ ____; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$ _____; в) $\overline{DC}$ и $\overline{DA}$ ____.<br>3. Начертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$.<br>Постройте вектор $3\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{a}$.<br>4. В параллелограмме ABCD на стороне ВС отмечена точка Р так, что ВР:РС=3:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{AO}$ и $\overline{PA}$ через векторы $\bar{a}=\overline{AB}$ и $\bar{b}=\overline{AD}$.<br>5. Чему равны координаты вектора $\bar{a}=-2\bar{i}+\bar{j}$<br>1) $\bar{a}\{-2;0\}$ 2) $\bar{a}\{-2;-1\}$ 3) $\bar{a}\{-2;1\}$<br>6. Запишите разложение вектора $\bar{c}\{4;-2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$.<br>___________<br>7. Даны два вектора $\bar{a}\{-3;4\},\bar{b}\{1;2\}$:<br>1) найдите координаты вектора $\bar{a}-\bar{b}$<br>______<br>2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}-\bar{b}$ и $\bar{c}\{4;-2\}$ _______<br>8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=2\bar{a}+3\bar{b}$, если $\bar{a}\{-2;1\},\bar{b}\{1;3\}$. __________________ |

*Форма выполнения задания:* решение контрольной работы.

**Самостоятельная работа № 21**

*Задание:* составить презентацию «Сечения призмы и пирамиды».

*Форма выполнения задания:* презентация.

**Самостоятельная работа № 22**

*Задание:* изготовить модели тел вращения.

*Форма выполнения задания:* модель тела вращения.

**Самостоятельная работа № 23**

*Задание:* составить презентацию «Шар. Взаимное расположение плоскостей шара».

*Форма выполнения задания:* презентация.

**Самостоятельная работа № 24**

*Задание:* составить кроссворд «Многогранники»

*Форма выполнения задания:* кроссворд.

**Самостоятельная работа № 25**

*Задание:* выполнить домашнюю контрольную работу «Тела вращения».

| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
|---|---|
| 1. Сколько плоскостей симметрии имеет шар:<br>A. одну;<br>B. две;<br>C. ни одной;<br>D. бесконечно много; E. четыре.<br>2. Какое из следующих утверждений неверно?<br>Цилиндр можно получить в результате:<br>A. вращения прямоугольника вокруг одной из его диагоналей;<br>B. вращения квадрата вокруг одной из его диагоналей;<br>C. вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон;<br>D. вращения прямоугольника вокруг одной из прямых соединяющих середины двух его противоположных сторон.<br>3.Развертка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна *10 см*. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра. | 1. Сколько плоскостей симметрии имеет конус:<br>A. одну; B. две;<br>C. столько же, сколько осей симметрии имеет его сечение;<br>D. ни одной;<br>E. бесконечно много.<br>2. Какое из следующих утверждений верно?<br>*a*) каждое сечение шара является кругом;<br>*b*) каждое сечение сферы является кругом;<br>*c*) каждое сечение шара, проходящее через его центр является кругом.<br>3. Развертка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна *8 см*, а угол между диагоналями – $30^o$. Найдитеплощадь боковой поверхности цилиндра. |

*Форма выполнения задания:* выполнение контрольной работы.

**Самостоятельная работа № 26**

*Задание:* составить таблицу основных формул дифференцирования.

*Форма выполнения задания:* таблица.

**Самостоятельная работа № 27**

*Задание:* выполнить тест по теме «Производная».

| Вариант 1 | Вариант 2 |
|---|---|
| 1.Производная функции $y=\frac{1}{6}x^6-4$ равна:<br>а) $x^7$; б) $x^5$; в) $x^7-4$; г) $x^5-4$.<br>2.Производная функции $f(x)=\frac{1}{4}x^6-1$ в точке $x=-1$ равна:<br>а) –1,5; б) 1,5; в) –0,75; г) 0,75.<br>3.Какая из приведенных функций является производной функции $f(x)=-4x^4-3$?<br>а) $-x^3$; б) $-16x^2-3$; в) $-16x^5$; г) $-16x^3$.<br>4. Точка движетсяпрямолинейно по закону $S(t)=t^3-2t^2$. Какой формулойзадается скоростьдвижения этойточки вмомент времени*t*.<br>5. Угловой коэффициенткасательной, проведеннойк графику функции $f(x)=4x^3-7x^2+2x-1$ в точке сположительной абсциссой $x_0$, равен 2. Найдите $x_0$. | 1.Производная функции $y=\frac{1}{5}x^5+2$ равна:<br>а) $x^6+2$; б) $x^4+2$; в) $x^4$; г) $x^6$.<br>2. Производная функции $f(x)=\frac{1}{5}x^{10}+1$ в точке $x=1$ равна:<br>а) 1,2; б) 2; в) –1,2; г) 2,5.<br>3. Какая из приведенных функций является производной функции $f(x)=-5x^5+2$?<br>а) $-25x^4$; б) $x^4$; в) $-25x^4+2$; г) $-25x^6$.<br>4. Тело движетсяпо прямойтак, что его скорость *v (м/с)* изменяетсяпо закону $v(t)=t^2-8t+5$. Какую скоростьприобретает телов момент, когдаего ускорениеравно 12м/с$^{2}$.<br>5.Найдите угловой коэффициент касательной, проведеннойк параболе $y=x^2-7x+10$в точкес абсциссой $x_0=4$. |

*Форма выполнения задания:* выполнение теста.

**Самостоятельная работа № 28**

*Задание: с*оставить кроссворд «Производная».

*Форма выполнения задания:* кроссворд.

**Самостоятельная работа № 29**

*Задание:* составить тест «Первообразная»

Тест должен содержать не менее 6-7 заданий и по 3-4 ответа к каждому заданию (верный только один).Включить задания двух видов:

1. Вычисление первообразных различных функций.
2. Вычисление первообразной, график которой проходит через точку с заданными координатами.

*Форма выполнения задания:* тест.

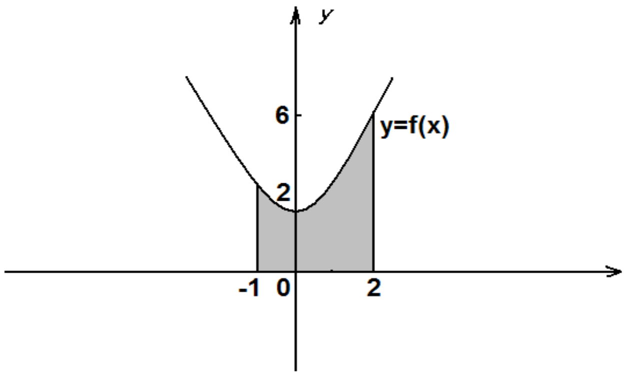
**Самостоятельная работа № 30**

*Задание:* выполнить графическуюработу «Вычисление площадей фигур с помощью интеграла»

<table>
<tr>
<td>

**Вариант 1**

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

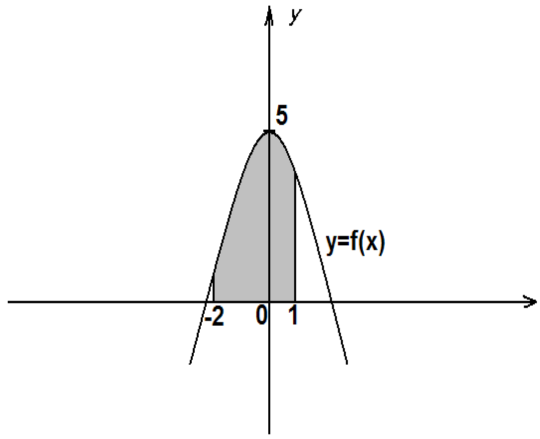



2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}, y=1, x=4$.

</td>
<td>

**Вариант 2**

1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.



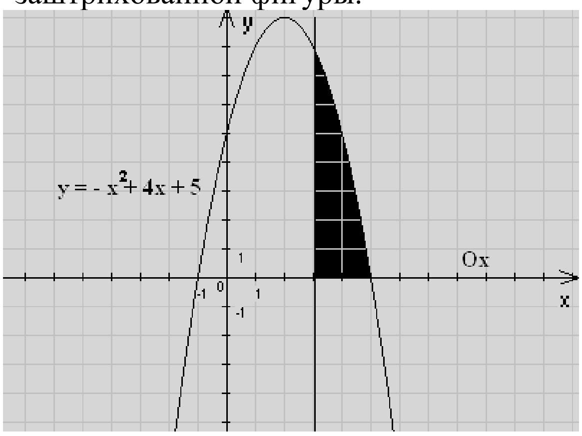

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=0, x=1, y=8-x^3$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

**Вариант 3**

1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

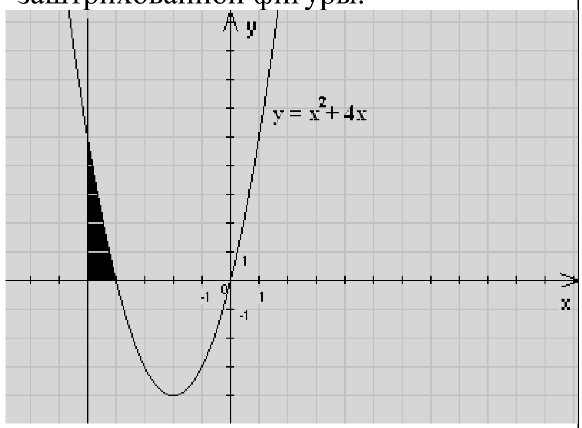



2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^3, y=0, x=4$

</td>
<td>

**Вариант 4**

1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.




2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной

линиями $y=0, x=1, y=\sqrt{x}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

**Вариант 5**

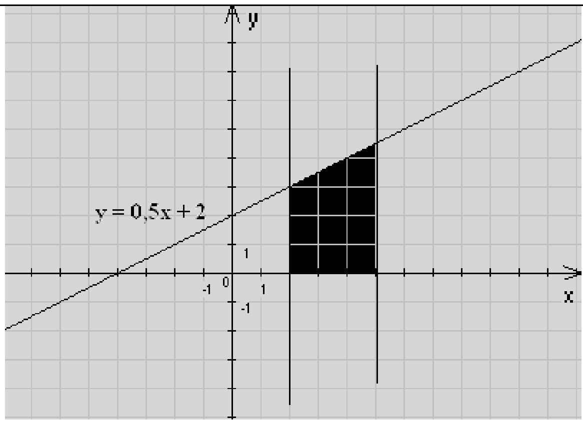
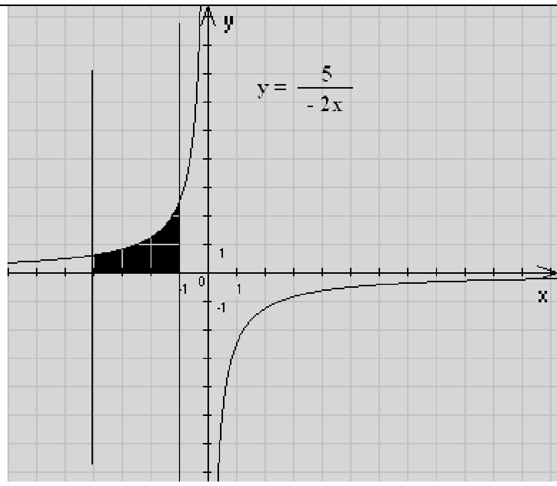
1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

</td>
<td>

**Вариант 6**

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

</td>
</tr>
</table>

| | |
|---|---|
| <br>2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 4$ | <br>2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0, x = 1, y = x^2$ |

*Форма выполнения задания:* выполнение графической работы.

**Типовые варианты промежуточной аттестации - контрольная работа**

Внимательно прочитайте задание. Если Вам что-то непонятно, спросите у преподавателя.

Время выполнения работы – 2 академических часа (1,5 часа астрономических)

**Вариант 1**

Исследовать функцию: $f(x) = \dfrac{(3x+1)^2}{x-2}$ и построить её график

**Вариант 2**

1. Найти значение выражения

$$\frac{2a - a^2}{a^2 - 10a + 16}, \quad a = 7{,}96$$

2. Решить уравнение

$$|x - 14| + 5 = \frac{14}{|x - 14|}$$

3. Решить неравенство

$$\frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 5x + 4} \le 0$$

4. Найти область определения функции

$$y = 5 \cdot \left| \frac{4 - 2x}{x^2 - 3x} \right| - \sqrt{\frac{2 - \sqrt{x}}{x + 3}}$$

5. Найти область значения функции

$$y = \frac{20}{7 + 3\cos 7x}$$

6. Найти экстремумы функции

$$y = 6 \cdot \sqrt{3x - x^2 + 2} + x^2 - 3x - 14$$

**Задания для контрольной работы**

**Вариант 1**

1) $y=\cos x^2$

2) $y=\dfrac{x^2+4}{x^4-3x^2-2}$

3) $y=\dfrac{x^2-4x+4}{x+2}$

4) $y=\ln\left(x^2+\sqrt{x^2+1}\right)$

5) $y=\sqrt{\sin x}$

6) $y=\sqrt[3]{x^2-1}$

7) $y=\cos\sqrt{2x}$

8) $y=\sqrt{3x^2+1}+5$

9) $y=\cos^2 3x$

10) $y=\sqrt[3]{x}+\arcsin x$

11) $y=\sqrt{x^4-x^2}$

12) $y=\dfrac{x^2-1}{x^3-3x^2+2x}$

13) $y=\sqrt[3]{x^4+x}$

14) $y=\left|x^2+5x+2\right|$

**Вариант 2**

Решить уравнения:

$$\sqrt{x+1}=3;$$
$$\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x};$$
$$2=\sqrt{5-x};$$
$$\sqrt{x+4}=\sqrt{2x-1};$$
$$\sqrt{x+3}=x+3;$$
$$\sqrt{2-x}=\sqrt{x^2-x-2}.$$

$$5^x=125;$$
$$2^x+2^{x+3}=9;$$
$$3^{2x}-4\cdot 3^x+3=0;$$
$$2^x=32;$$
$$3^x+3^{x+3}=28;$$

$$5^{2x}-6\cdot 5^{x}+5=0;$$
$$0{,}25^{2-x}=8^{x};$$
$$5^{x+2}-5^{x}=4{,}8;$$
$$9^{x}-3^{x}=0.$$

Решить логарифмические уравнения:

$$\log_2(2x+1)=2;$$
$$\log_2 x+\log_2(2x+2)=3;$$
$$\lg^2 x-3\lg x+2=0;$$
$$\log_{0,5}(5-3x)=-1;$$
$$\log_4(x+3)^2=1;$$
$$\log_{\sqrt{2}} x+\log_2 x=-9.$$

Решить тригонометрические уравнения:

$$\cos x=\sqrt{1{,}5\sin x};$$
$$\cos\frac{x}{2}=-1;$$
$$2\cos^2 x=3\sin x;$$
$$3-4\cos^2 x=0;$$
$$\sin 2x+2\cos 2x=1;$$
$$\cos 2x+3\sin 2x=3;$$
$$3\sin^2 x+\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0;$$
$$2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0;$$
$$1+2\sin x=\sin 2x+2\cos x;$$
$$1+3\cos x=\sin 2x+3\sin x;$$
$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1+\cos 2x;$$
$$\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin 2x;$$
$$\cos^3 x\cdot\sin x-\sin^3 x\cdot\cos x=\frac{1}{4};$$
$$\sin^3 x\cdot\cos x+\cos^3 x\cdot\sin x=\frac{1}{4};$$
$$\sin^2 x+\sin^2 2x=1;$$
$$\sin^2 x+\cos^2 2x=1;$$
$$\sin 4x=6\cos^2 2x-4;$$
$$2\cos^2 3x+\sin 5x=1;$$
$$\sin^2 x-\cos x\cdot\cos 3x=\frac{1}{4};$$
$$\sin 3x=3\sin x;$$
$$3\cos 2x-7\sin x=4;$$
$$1+\cos x+\cos 2x=0;$$
$$5\sin 2x+4\cos^3 x-8\cos x=0;$$
$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0.$$

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ \log_2(2x + y) = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 16^x = 64^y \\ 27^{x+1} = 81^{y-1} \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5^{2x-y} = 0{,}2 \\ 5^{y-x} = 125 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3^{x-2y} = 1 \\ \lg x + \lg(5 + y) = 2 \end{cases}$$

Решить неравенства:

$$6^{3x-x^2} > 1;$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} < 9^x;$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \ge \sin\frac{\pi}{4};$$

$$\log_5(3x-2) > \log_2(3-x);$$

$$\log_{0,5}(2x-1) > -1;$$

$$\log_3(2x-1) < 2;$$

$$\log_2(x^2 - x - 12) < 3;$$

$$2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} > 448.$$

Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x > 3 - \dfrac{13x-2}{11} \\ \dfrac{6}{x} + \dfrac{2}{3}(x-7) < \dfrac{3x-20}{9} \end{cases}$$

Найти производные функций:

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 7x + 4, \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1},$$

$$f(x) = \frac{-7x+4}{3x+2}, \quad f(x) = x^5 \cdot \left(4x - \frac{7}{5x}\right),$$

$$f(x) = -\sqrt[4]{x^3}, \quad f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{7x}{5} + 1.$$

Вычислить значение производной в заданных точках:

$$1)\ f(x) = x^3 - 5x,\ x_1 = -0{,}5,\ x_2 = 2; \quad 2)\ f(x) = x - \frac{1}{x},\ x_1 = \sqrt{2},\ x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке с абсциссой $x_0$:

$$f(x) = 3x - x^2,\ x_0 = -2;$$

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2,\ x_0 = 3.$$

Найти точки экстремума:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 5\,;\ f(x) = (6-3x)\cdot\sqrt{x}\ ;\ f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}\,;\ f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 8x^2\,.$$

Найти промежутки убывания и возрастания функции:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5\,;\quad f(x) = \frac{3x+2}{1-4x}\,.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке:

$$f(x) = \frac{4-x}{x+1},\ [-4;\,2]\ ;\, f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3,\ \left[\frac{1}{2};\,2\right].$$

**Типовые варианты промежуточной аттестации - экзамена**

**Часть А: Теоретическая часть экзамена**

*Перечень контрольных вопросов к экзамену*

1. Степенная функция.
2. Дробно-линейная функция.
3. Показательная функция.
4. Логарифмическая функция.
5. Тригонометрическая функция *sin (x)*
6. Тригонометрическая функция *cos (x)*
7. Тригонометрическая функция *tg (x)*
8. Тригонометрическая функция *ctg (x)*
9. Обратные функции.
10. Уравнения.
11. Неравенства.
12. Системы уравнений и неравенств.
13. Производная. Правила дифференцирования.
14. Возрастание и убывание функции. Экстремумы и точки перегиба функции.
15. Схема исследования функций.
16. Алгебраические задачи на наибольшее и наименьшее значение функции.
17. Первообразная. Неопределённый интеграл.
18. Определённый интеграл.
19. Элементы комбинаторики.
20. Вероятность события.
21. Случайные величины.
22. Аксиомы стереометрии.
23. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве.
24. Взаимное расположение прямых в пространстве.
25. Параллельное и центральное проектирование.
26. Координаты и векторы в пространстве.
27. Перпендикулярность прямой и плоскости.
28. Теорема о трёх перпендикулярах.
29. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
30. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.
31. Свойства и признак перпендикулярности плоскостей.
32. Признак параллельности прямых в пространстве.
33. Параллельность прямой и плоскости.
34. Признак параллельности плоскостей.
35. Ортогональное проектирование.
36. Расстояние между фигурами и параллельность.
37. Сфера и шар.
38. Цилиндр.

39. Конус.
40. Призма.
41. Пирамида.
42. Многогранники.
43. Неевклидовы геометрии.

## Часть Б: практическая часть экзамена

*Задачи, выносимые на экзамен*

Третьим вопросом экзаменационного билета является задача.

Пример задач:

**Задача**
Решить систему:
$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$$

**Задача**
Решить систему:
$$\begin{cases} 5^{3x} = 5^{4y+7} \\ 2^x \cdot 4^y = 16 \end{cases}$$

**Задача**
Решить неравенство:
$$\log_{0,4} \frac{x^2 - x}{x^2 + 1} < 0$$

**Задача**
Решить неравенство:
$$3^{\log_2\left(\frac{3x-1}{x}\right)} < 1$$

**Задача**
Упростить выражение:
$$4\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

**Задача**
Упростить выражение:
$$\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2}{1 + \sin 2\alpha}$$

**Задача**
Решить уравнение:
$$3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$$

**Задача**
Решить уравнение:
$$2\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$$

**Задача**
Используя определение, вычислить производную функции:
$$y = a \cdot x^3 + b, \quad a, b \in R$$

**Задача**
Вычислить производную функции:
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

**Задача**
Вычислить интеграл:
$$\int (x^2 - \sin x + 5^x)\, d\, x$$

**Задача**
Вычислить интеграл:
$$\int_1^3 \left( x^3 - x^2 + x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

**Задача**
В ящике 7 белых и 9 чёрных шаров. Последовательно вынимают три шара. Какова вероятность, что три вынутых шара будут составлять цветовую последовательность: белый, чёрный, белый?

**Задача**
Закон распределения случайной величины имеет следующий вид:

| $\xi$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной дискретной величины.

**Основная литература:**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, [и др.]. - 12-е изд., стер. - Москва : Просвещение., 2024. - 464 с. - ISBN 978-5-09-112136-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2157448
2. Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углублённый уровни : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – 12-е изд., стер. - Москва : Просвещение, 2024. - 290 с. – (МГУ - школе). - ISBN 978-5-09-116447-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2201875

**Дополнительная литература:**

3. Гусев, В. А.  Геометрия : учебник для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/565226
4. Гусев, В. А.  Математика. Геометрия. Базовый уровень: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 281 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16085-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/568462
5. Богомолов, Н. В.  Математика. Алгебра и начала анализа. Базовый уровень: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 241 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16084-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/568461